



মেডিকেল এন্ড ডেন্টাল এডমিশন প্রোগ্রাম ২০২০

উচ্চতর গণিত

লেকচার : M-02

অধ্যায় 02 : ভেক্টর ✓

অধ্যায় 08 : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র ✓



$$x = \sqrt{\frac{c^2}{C} + c} - \frac{b}{2}$$



অধ্যায়: ০৮

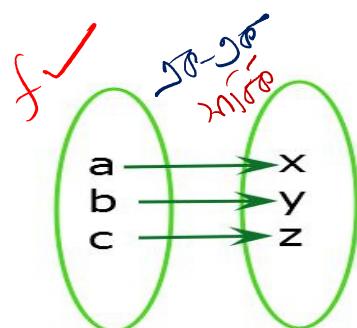
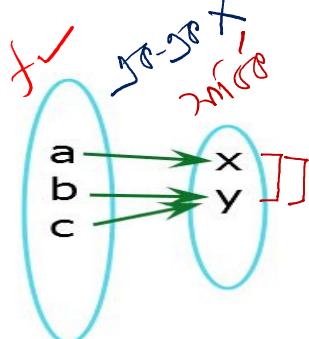
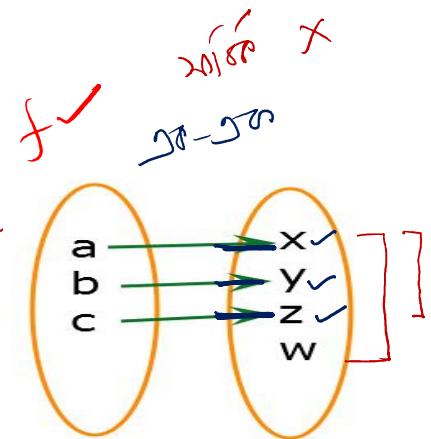
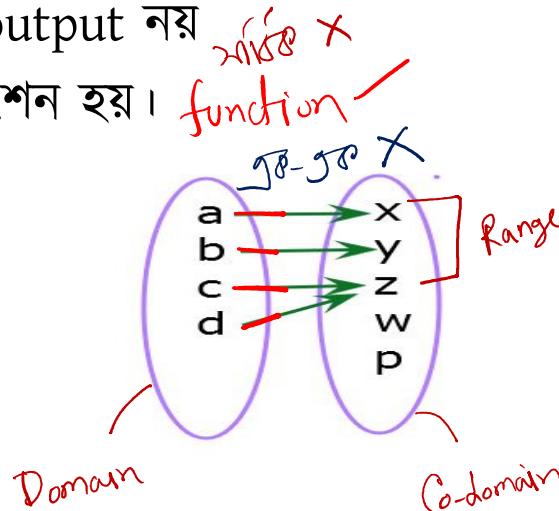
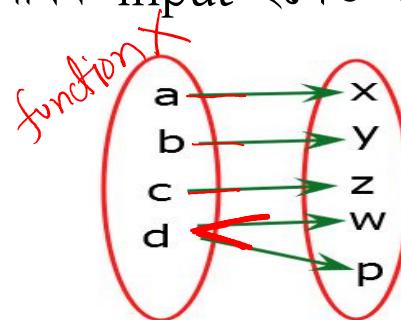
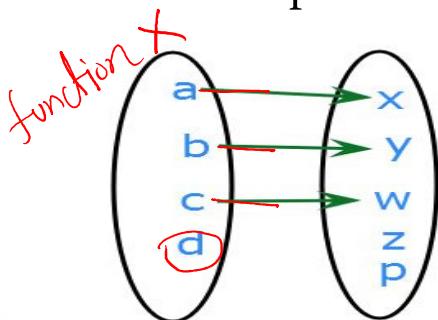
ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

ম্যাপিং থেকে ফাংশন চিনি

~~MCQ~~

একটি input-এর একটিই output; একাধিক output নয়

একটি output-এর একাধিক input হলেও ফাংশন হয়।



প্রীতি-গুরু → Output unique

মার্জে → Range = Co-domain



উচ্চারণ

একাডেমিক এবং এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

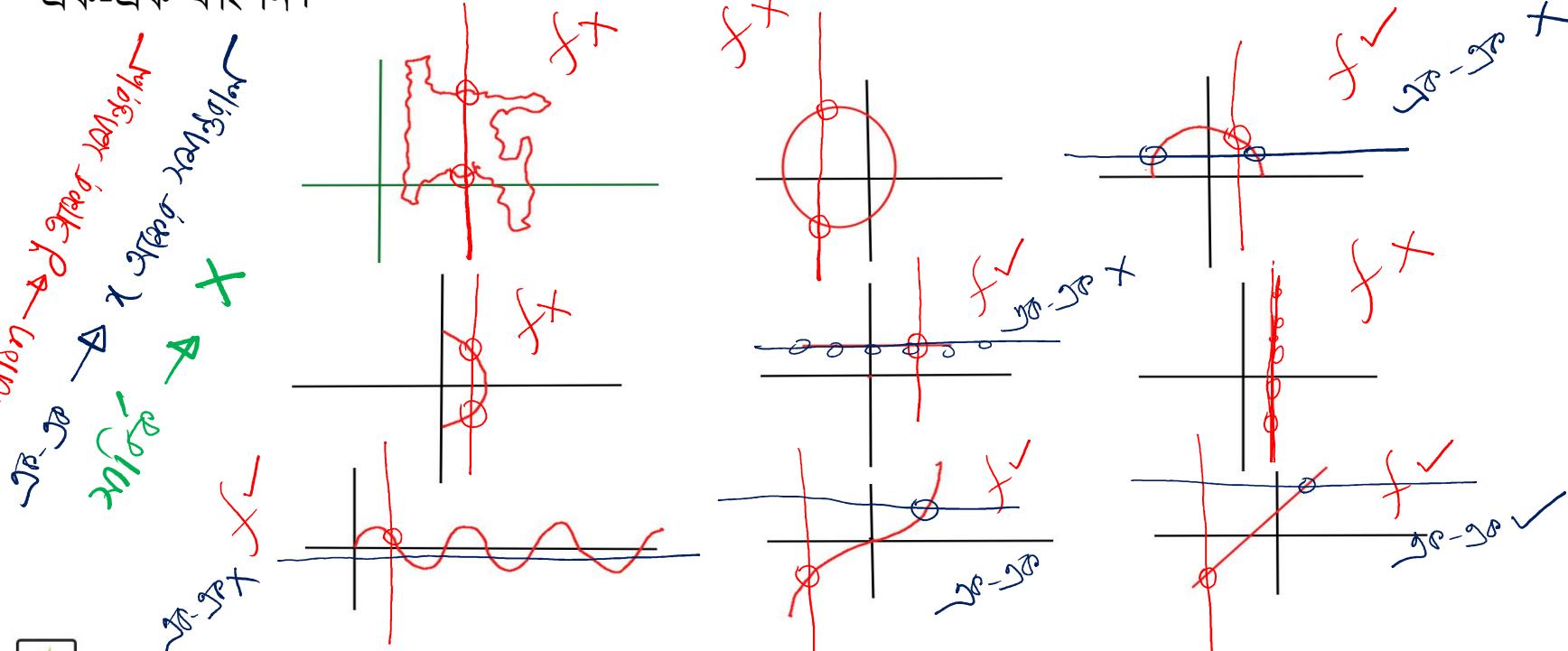
MCQ

গ্রাফ থেকে ফাংশন ও এক-এক ফাংশন চিনি



y - অক্ষ বা তার সমান্তরাল রেখা যদি কোন অন্বয়ের লেখচিত্রকে শুধুমাত্র একটি বিন্দুতে ছেদ করে তবে তা একটি ফাংশন।

x - অক্ষ বা তার সমান্তরাল রেখা যদি কোনফাংশনের লেখচিত্রকে শুধুমাত্র একটি বিন্দুতে ছেদ করে তবে তা একটি এক-এক ফাংশন।



উক্তাম

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

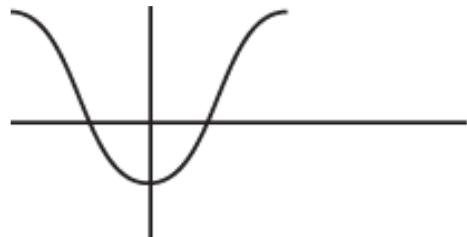
উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

Poll Question 01

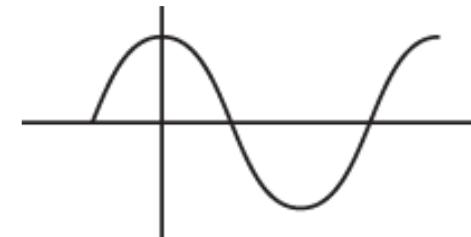


নিচের কোনটি এক-এক ফাংশন?

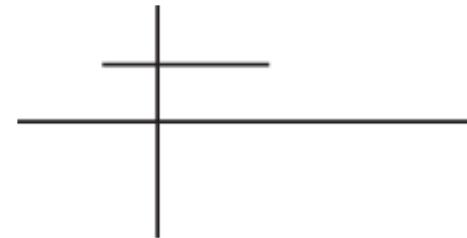
(a)



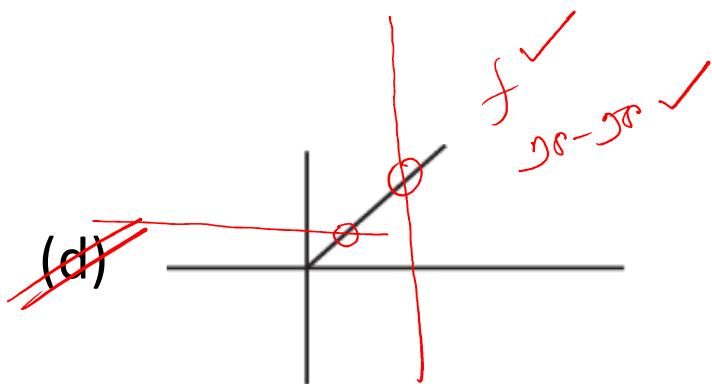
(b)



(c)



(d)



Domain, Range নির্ণয়

Range
Domain

$y = f(x)$ ফাংশনের ক্ষেত্রে,

~~x -এর যে সকল বাস্তব মানের জন্য y তথা $f(x)$ -এর মান বাস্তব হবে, তাদের (x -এরমানের) সেটকেই $f(x)$ -এর Domain (ডোমেন) বলে।~~

$y = f(x)$ ফাংশনের ক্ষেত্রে,

~~✓~~ তথা $f(x)$ -এর যে সকল বাস্তব মানের জন্য x -এর মান বাস্তব এবং Domain-এর অন্তর্ভুক্ত হবে, তাদের (y -এর মানের) সেটকেই $f(x)$ -এর Range(রেঞ্জ) বলে।

বিভিন্ন ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

$f: A \rightarrow B; f(x) = \text{জগতের যে কোন সম্পর্ক}$

Domain

Co-domain

Example: $f: R_+ \rightarrow R; f(x) = 2x + 1$

$$D_f = R_+$$

Co-domain = R

Previous

$$f: \{1, 2, 3\} \rightarrow R$$

$$f(x) = \frac{1}{2x+1} \quad \text{Codomain} = R$$

$$D_f = \{1, 2, 3\}$$

Range \neq Codomain

: $f(x)$ মাত্র এই

$$R_f = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7} \right\}$$

$$f(x) \text{ } ১০-১০ \text{ } ২০-২০$$

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র



ଉক্তা

একাডেমিক এবং এডমিশন কেন্দ্র

বিভিন্ন ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

$$f(x) = \underline{2x + 1} = y$$

Solⁿ: $2x + 1 = y$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$x = \frac{y-1}{2}$$

$$R_f = \mathbb{R}$$

domain

$$f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{100}$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

- ⊗ $\frac{c}{\boxed{x}}$
- ⊗ $\sqrt[c]{\boxed{x}}$
- ⊗ Special function
(log, ln, sin)

সুষম মোড়

Domain = \mathbb{R}

বিভিন্ন ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

$$f(x) = \frac{2x+1}{5x+9}$$

•••

$$\text{Range} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{2}{5} \right\}$$

$\forall x \in \mathbb{R}, x \neq -\frac{9}{5}$

$\exists c \in \mathbb{R}$

$\frac{c}{\boxed{}} \neq 0$

Solⁿ:

$$5x+9 \neq 0$$

$$x \neq -\frac{9}{5}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{9}{5} \right\}$$

$$= \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{9}{5} \right\}$$

$$f(x) = \frac{2}{3x-1}$$

domain

range

$$3x-1 \neq 0$$

$$x \neq \frac{1}{3}$$

$$R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{0}{3} \right\}$$

$$= \mathbb{R} - \{0\}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$



উদ্বাম

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

বিভিন্ন ফাংশনের Domain নির্ণয়

Root +

odd root {

- $f(x) = \sqrt[3]{2x+5}$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x+5}}$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} 2x+5 &\neq 0 \\ x &\neq -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{27} = 3 \\ \sqrt[3]{0} = 0 \\ \sqrt[3]{-27} = -3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} + \\ - \\ 0 \end{array}$$

even root {

- $f(x) = \sqrt[4]{2x+5}$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{2x+5}}$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{5}{2}\}$$

$$2x+5 \geq 0$$

$$2x \geq -5$$

$$x \geq -\frac{5}{2}$$

$$D_f = (-\frac{5}{2}, \infty)$$

$$D_f = [-\frac{5}{2}, \infty)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt[2]{4} = 2 \\ \sqrt{0} = 0 \\ \sqrt{-4} = x \end{array} \right\} \begin{array}{l} + \\ 0 \\ x \end{array}$$

বিভিন্ন ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

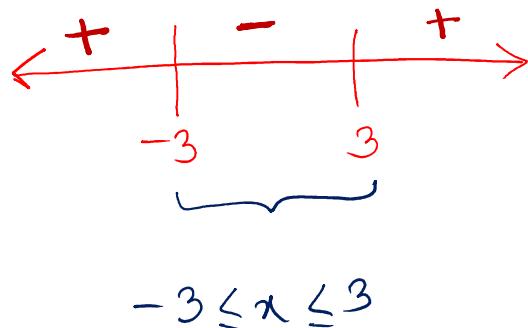
$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

Solⁿ:

$$9 - x^2 \geq 0$$

$$x^2 - 9 \leq 0$$

$$(x+3)(x-3) \leq 0$$



$$D_f = [-3, 3]$$

$$f(x) = \sqrt[5]{9 - x^2}$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = \mathbb{R}$$

Range : $\sqrt{9 - x^2}$

$$\begin{array}{ccc} & \boxed{9 - x^2} & \\ \leftarrow & & \rightarrow_{\min = 0} \\ \max = 9 & & \sqrt{0} = 0 \end{array}$$

$$R_f = [0, 3]$$

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র



উদ্বাম

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

Poll Question 02



$f(x) = \frac{1}{\sqrt{36-25x^2}}$ ফাংশনের Domain নির্ণয় কর।

- (a) $(-\frac{6}{5}, \frac{6}{5})$
- (b) $[-\frac{6}{5}, \frac{6}{5}]$
- (c) $(-\frac{5}{6}, \frac{5}{6})$
- (d) $[-\frac{5}{6}, \frac{5}{6}]$

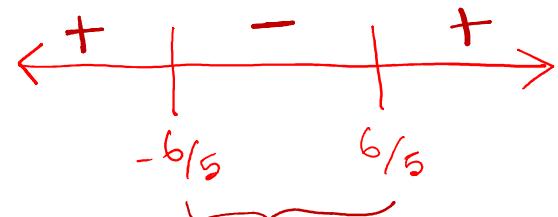
$$36 - 25x^2 > 0$$

$$25x^2 - 36 < 0$$

$$(5x+6)(5x-6) < 0$$

$x = -\frac{6}{5}$ $x = \frac{6}{5}$

neg.



$$D_f = (-\frac{6}{5}, \frac{6}{5})$$

Range :-

$$36 - 25x^2$$

$$\max = 36$$

$$\frac{1}{\sqrt{36}} = \frac{1}{6}$$

$$\min = 0 \quad \text{কারণ } x^2 \geq 0$$

$$R_f = \left[\frac{1}{6}, \infty \right)$$

অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র



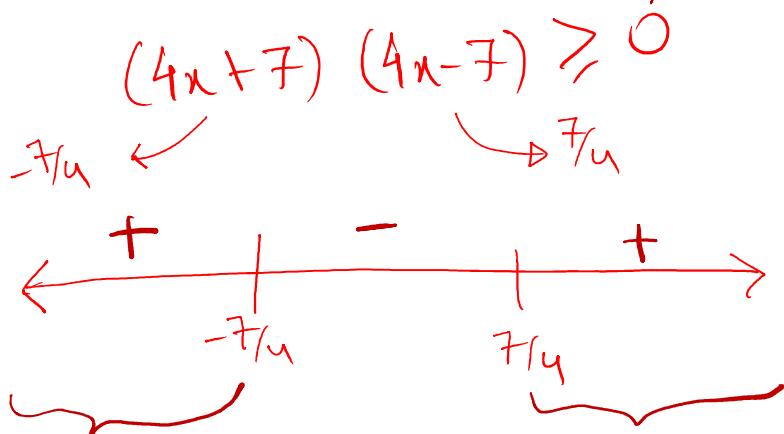
উদ্বাগ

একাডেমিক এবং অতিথিশাল কেন্দ্র

বিভিন্ন ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

$$f(x) = \sqrt{16x^2 - 49}$$

Solⁿ: $16x^2 - 49 \geq 0$ P.D.



$$x \leq -\frac{7}{4} \text{ or } x \geq \frac{7}{4}$$

$$D_f = \left(-\infty, -\frac{7}{4}\right] \cup \left[\frac{7}{4}, \infty\right)$$

$$\begin{aligned} 16x^2 - 49 &\rightarrow \min = 0 \quad \sqrt{0} = 0 \\ &\rightarrow \max = \infty \quad \sqrt{\infty} = \infty \end{aligned}$$

$$R_f = [0, \infty)$$

Poll Question 03

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{25x^2 - 16}}$ ফাংশনের Domain নির্ণয় কর।

$$\text{Range} = (0, \infty)$$

- (a) $(-\infty, -\frac{5}{4}) \cup (\frac{5}{4}, \infty)$
- ~~(b) $(-\infty, -\frac{4}{5}) \cup (\frac{4}{5}, \infty)$~~
- (c) $[-\infty, -\frac{5}{4}] \cup [\frac{5}{4}, \infty]$
- (d) $[-\infty, -\frac{4}{5}] \cup [\frac{4}{5}, \infty]$

$$25x^2 - 16 > 0$$

$$(5x+4)(5x-4) > 0$$

$$x < -\frac{4}{5} \text{ or } x > \frac{4}{5}$$

$$D_f = (-\infty, -\frac{4}{5}) \cup (\frac{4}{5}, \infty)$$

লগারিদমিক ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

$\log_a x$

$\log_2 -3 \times$

এখানে দুটি বিষয় খেয়াল রাখতে হবে।

1. $x > 0$

$\log_{-2} 3 \times$

2. $a > 0$ এবং $a \neq 1$

$\log_{\frac{1}{2}} 3 \times$

আরো জেনে রাখা ভাল, $\log_a x = p$ হলে,
 $x = a^p$ হবে।

~~Range = R~~

লগারিদমিক ফাংশনের Domain, Range নির্ণয়

$$f(x) = \log(5x - 1) = y$$

$$\ln/\log \rightarrow \text{Range} = \mathbb{R}$$

Solⁿ:

$$\log_{10}(5x-1) = y$$

$$5x-1 > 0$$

$$5x > 1$$

$$x > \frac{1}{5}$$

$$D_f = \left(\frac{1}{5}, \infty\right)$$

$$5x-1 = 10^y$$
$$x = \frac{10^y + 1}{5}$$



উদ্বাম

একাডেমিক এবং এডমিশন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

Poll Question 04

•••

$f(x) = \frac{x}{|x|}$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

- (a) $d_f = \mathbb{R}, R_f = \mathbb{R}$
- (b) ~~$d_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}, R_f = \{-1, +1\}$~~
- (c) $d_f = \mathbb{R}_+, R_f = [-1, +1]$
- (d) $d_f = \mathbb{R}_-, R_f = \{0\}$

$$\begin{aligned}|x| &\neq 0 \\ x &\neq 0\end{aligned}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\frac{3}{|3|} = 1 \quad \frac{-5}{|-5|} = -1$$

$$R_f = \{-1, +1\}$$

ত্রিকোনমিতিক ফাংশনের Domain এবং Range

$$\tan x$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos x \neq 0$$

$$x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$D_f = R - \{(2n+1)\frac{\pi}{2}\}$

| ফাংশন | ডোমেন | রেঞ্জ |
|----------|--------------------------------|----------------------------------|
| $\sin x$ | R | $[-1, 1]$ |
| $\cos x$ | R | $[-1, 1]$ |
| $\tan x$ | $R - \{(2n+1)\pi/2, n \in Z\}$ | R |
| $\cot x$ | $R - \{n\pi, n \in Z\}$ | R |
| $\sec x$ | $R - \{(2n+1)\pi/2, n \in Z\}$ | $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ |
| $\csc x$ | $R - \{n\pi, n \in Z\}$ | $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ |

$$\sin^2 x \geq 0$$

$$\text{Range } ?$$

$$[0, 1]$$



উদ্বাগ

একাডেমিক এবং প্রশিক্ষণ কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

ত্রিকোনমিতিক ফাংশনের Domain এবং Range

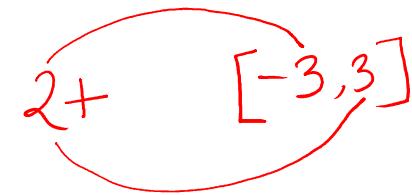
$f(x) = 2 + 3\sin x$; ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

$$D_f = \mathbb{R}$$



$$\Rightarrow f(x) = 2 + 3 \sin x$$

\downarrow
 $3 \cdot [-1, 1]$



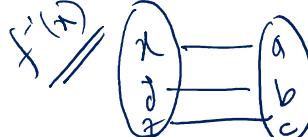
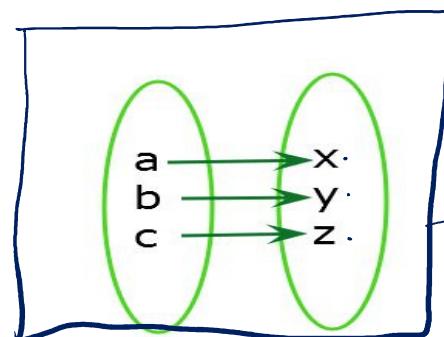
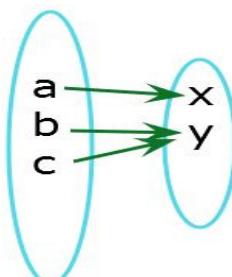
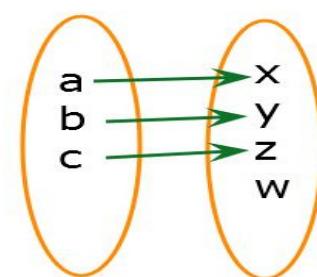
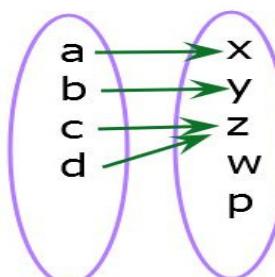
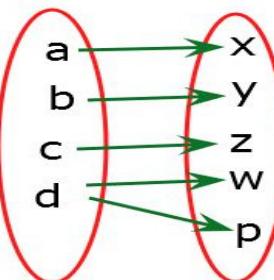
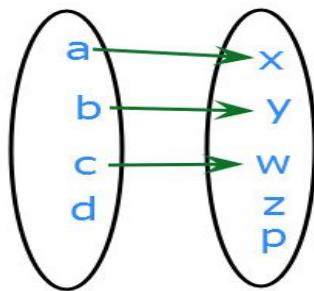
$$R_f = [-1, 5]$$

MCQ

বিপরীত ফাংশন



$f: A \rightarrow B$ হলে $f^{-1}: B \rightarrow A$ (শুধুমাত্র প্রতিষঙ্গ ফাংশনেরই **বিপরীত ফাংশন** থাকে।)



২০
→ ১০৮ক্টে ২০২০
 ১০-১০ ২০২০ ২০২০

গোপনীয় ২০১৯৮৮ ১০৮

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র



উদ্বাম

একাডেমিক এবং এডমিশন কেয়ার

বিপরীত ফাংশন নির্ণয়

$$f: R \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\} \rightarrow R \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}; f(x) = \frac{x+5}{2x+3} \text{ হলে } f^{-1}(x) = ?$$

$$\text{Domain} = R - \left\{-\frac{3}{2}\right\}$$

$$\text{Co-domain} = R - \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

$$\text{Range} = R - \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

$$\therefore \text{Range} = \text{Co-domain}$$

$$f(x) \text{ মাত্র } 201^{\circ} \text{ হবে}$$

$$\therefore f(a) = f(b)$$

$$\frac{a+5}{2a+3} = \frac{b+5}{2b+3}$$

$$(a+5)(2b+3) = (b+5)(2a+3)$$

$$2ab + 10b + 3a + 15 = 2ab + 10a + 3b + 15$$

$$a = b$$

$$\therefore f(x) \text{ মাত্র } 201^{\circ} \text{ হবে}$$

$$f^{-1}(x) \text{ মাত্র } ?$$

$$f(x) = \frac{x+5}{2x+3} = y$$

$$x+5 = 2xy + 3y$$

$$2xy - x = 5 - 3y$$

$$x(2y-1) = 5 - 3y$$

$$x = \frac{5 - 3y}{2y - 1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{5 - 3x}{2x - 1}$$

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র



ଉক্তাম

একাডেমিক এবং এডমিশন কেন্দ্র

Shortcut (বিপরীত ফাংশন)

•••

বিপরীত
ফাংশন
কে নির্ণয় করা

$$f(x) = 3x + 5$$

$$\begin{array}{r} \times 3 \\ + 5 \\ - 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \\ \\ \div 3 \\ \end{array}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-5}{3}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{3}$$

$$\begin{array}{r} ()^2 \\ + 5 \\ \div 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \\ \\ \times 3 \\ - 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \sqrt{} \end{array}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{3x - 5}$$

$$f(x) = \left(\frac{3x^2 + 5}{4} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\begin{array}{r} ()^2 \\ \times 3 \\ + 5 \\ \div 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} ()^{\frac{1}{3}} \\ ()^3 \\ \times 4 \\ - 5 \\ \div 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \sqrt{} \end{array}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{4x^3 - 5}{3}}$$



উকলম্বা

একাডেমিক এবং এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

Poll Question 05



$f: R \rightarrow R$ কে $f(x) = 2x + 1$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলে $f^{-1}(x)$ এর মান কত?

(a) $\frac{x+1}{2}$

$$\begin{array}{r} 2x + 1 \\ -1 \\ \hline \div 2 \end{array}$$

(b) $\frac{x-2}{1}$

(c) ~~$\frac{x-1}{2}$~~

(d) None

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$$

সংযোজিত ফাংশন

•••

$$gof(x) \rightarrow \underline{g(f(x))}$$

$$fog(x) \rightarrow \underline{f(g(x))}$$

সংযোজিত ফাংশন

DU
* * //

$f(x) = \sqrt{x - 1}$, $g(x) = x^2 + 2$ হলে, $(gof)(2)$ নির্ণয় কর।

$$(gof)(2)$$

$$= g(\underline{f(2)})$$

$$= g(\sqrt{2-1})$$

$$= g(1)$$

$$= 1^2 + 2$$

$$= 3$$

ফাংশনের মান নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যা

DU
//

$$f: R \rightarrow R \text{ ফাংশনটি } f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x > 3 \\ x - 2, & -2 \leq x \leq 3 \\ 2x + 3, & x < -2 \end{cases} \text{ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।}$$

f(2), f(4), f(-1), f(-3) এর মান নির্ণয় কর।

Soln:

$$f(2) = 2 - 2 = \underline{\underline{0}}$$

$$f(4) = 3 \cdot 4 + 1 = 12 + 1 = \underline{\underline{13}}$$

আরো বিশেষ কিছু ফাংশন

MCQ

◆ যুগ্ম ফাংশনঃ

$$f(x) = x^2$$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4$$

$$f(x) = f(-x)$$

◆ অযুগ্ম ফাংশনঃ

$$f(x) = x^3$$

$$f(2) = 2^3 = 8$$

$$f(-2) = (-2)^3 = -8$$

$$f(x) = -f(-x)$$

$y \rightarrow$

$$f(x) = \sin x$$

$$f(30^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$f(-30^\circ) = -\frac{1}{2}$$

◆ অভেদক ফাংশন (Identity Function):

$$f(x) = x$$

$$\begin{array}{ll} f(1) = 1 & f(3) = 3 \\ f(2) = 2 & \end{array}$$

◆ ক্ষৰক ফাংশন (Constant function):

$$f(x) = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{=1}$$

$$f(x) = \text{Output fixed}$$



উদ্যোগ

একাডেমিক এবং প্রযোজন কেন্দ্র

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

Poll Question 06



নিচের কোনটি যুগ্মফাংশন?

(a) $f(x) = \underline{\tan x}$

$$f(-x) = \tan(-x) = -\tan x \quad \times$$

(b) $f(x) = x^2 + 2x$

$$\begin{aligned} f(x) &= (-x)^2 + 2(-x) \\ &= x^2 - 2x \quad \times \end{aligned}$$

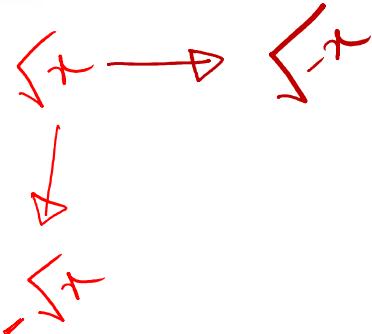
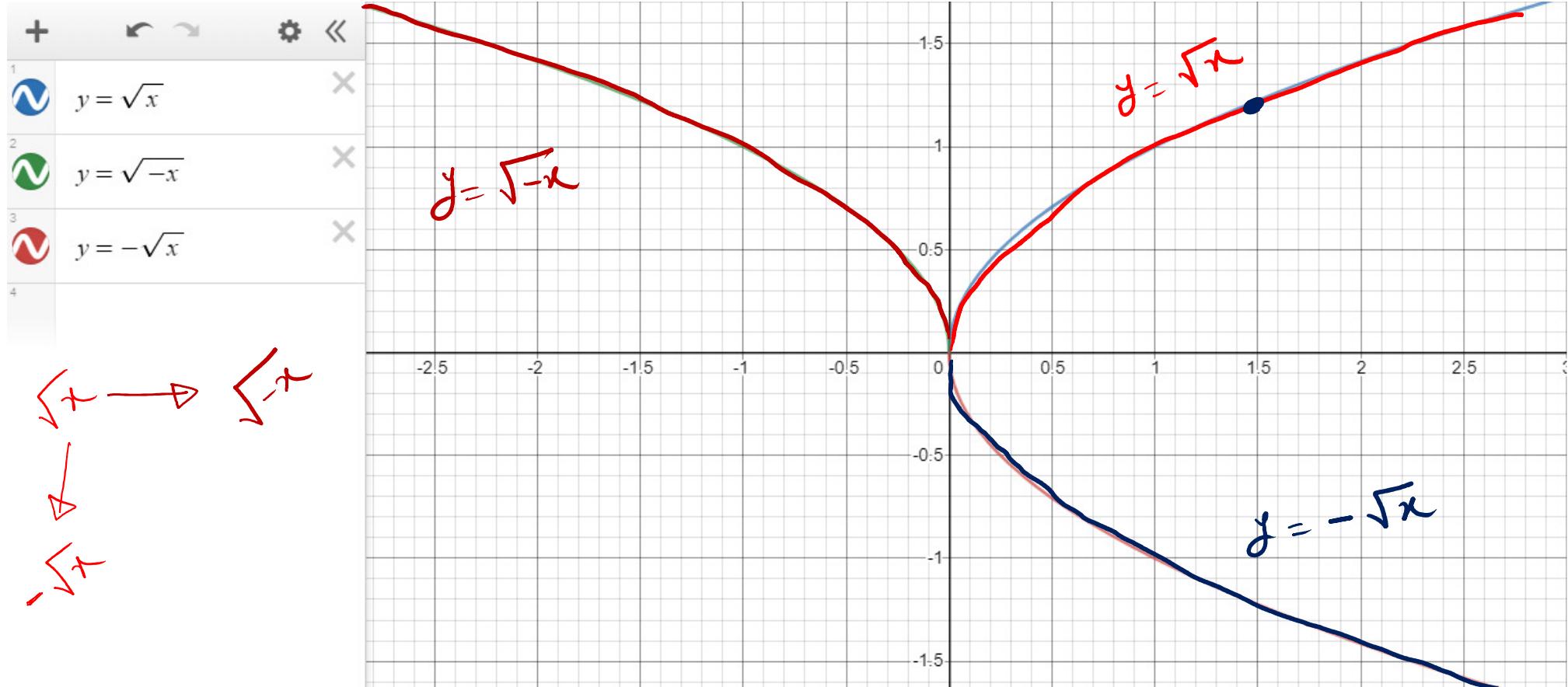
(c) $f(x) = \sin x + 2$

$$\begin{aligned} f(x) &= \sin(-x) + 2 \\ &= -\sin x + 2 \quad \times \end{aligned}$$

~~(d)~~ None

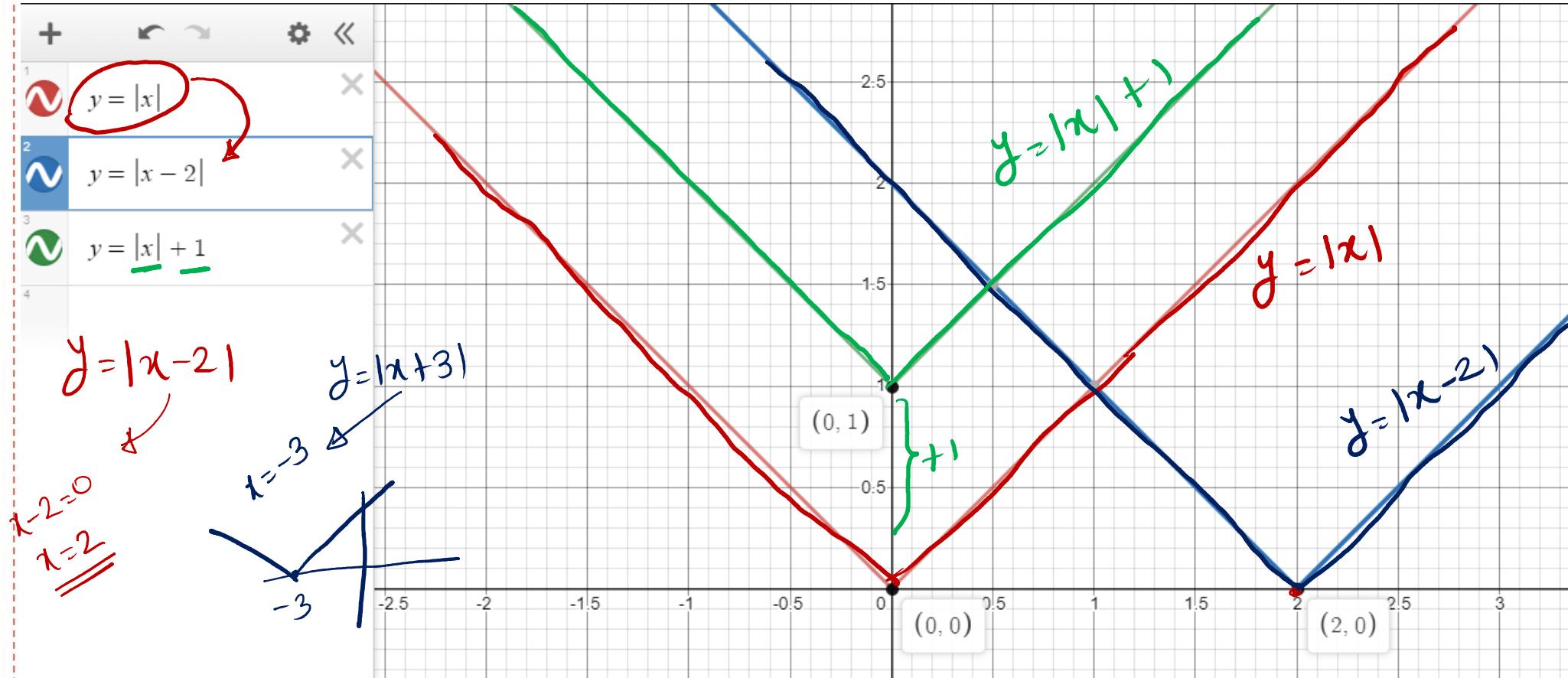
ফাংশনের লেখচিত্র (প্রতিসাম্য)

• • •



ফাংশনের লেখচিত্র (স্থানান্তর)

• • •



উদ্যোগ

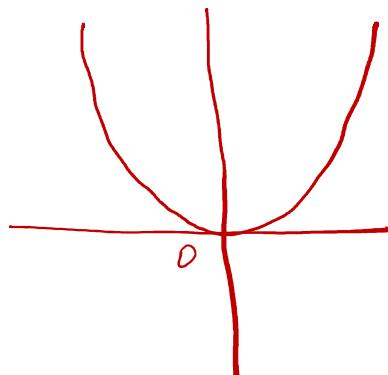
একাডেমিক এবং এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র

অধ্যায় ০৮ : ফাংশন ও ফাংশনের লেখচিত্র

ফাংশনের লেখচিত্র (স্থানান্তর)

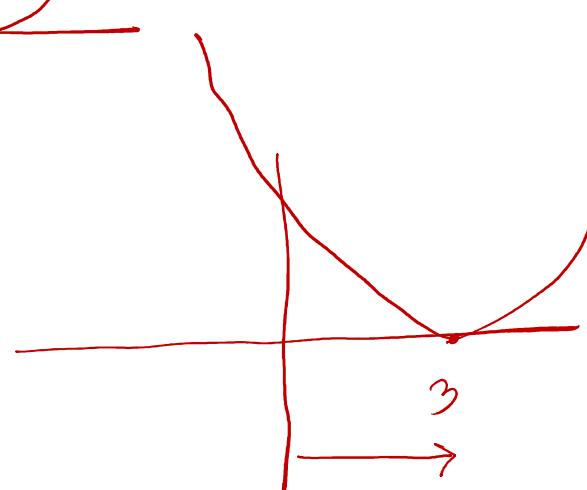
$$y = (x-3)^2 + 5$$



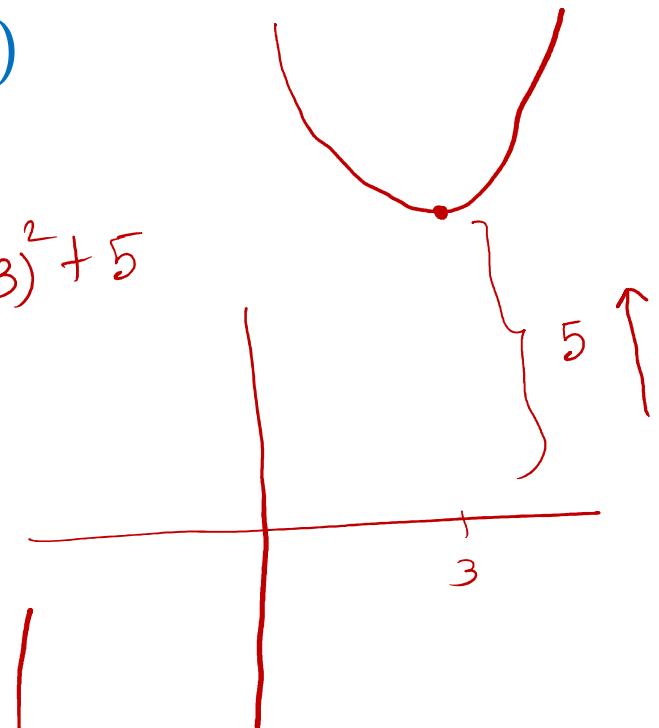
$$y = x^2$$

$$y = (x-3)^2$$

$x-3=0 \Rightarrow x=3$



$$y = (x-3)^2 + 5$$



অধ্যায়: ০২

ভেট্টের



উদ্ধাম

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০২ : ভেট্টের

মান ও অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয়



Concept:

(i) কোনো ভেক্টর $\vec{A} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হলে এর মান $|\vec{A}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

(ii) \vec{A} ও \vec{B} দুইটি ভেক্টর এর অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে, $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB}$

মান ও অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয়

•••

যদি $\vec{P} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ হয়, তাহলে \vec{P} এবং \vec{Q} মধ্যবর্তী কোণ কোনটি?

$$\cos \theta = \frac{\vec{P} \cdot \vec{Q}}{P Q}$$

$$= \frac{4 \cdot 4 + (-2)(-2) + 4 \cdot (-1)}{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + 4^2} \sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-1)^2}}$$

$$= \boxed{\quad}$$

$$\theta = \cos^{-1} \boxed{\quad}$$

DU
≡

Poll Question 07



x-অক্ষের সঙ্গে ভেট্টার $\bar{A} = \hat{i} + \hat{j}$ কত কোণ উৎপন্ন করে?

- ~~(a)~~ 45°
(b) 210°
(c) Both a & b
(d) কোনটিই নয়

$$\cos\theta = \frac{\hat{i} \cdot (\hat{i} + \hat{j})}{\sqrt{1^2} \sqrt{1^2+1^2}}$$
$$= \frac{1}{1 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \underline{\underline{45^\circ}}$$

একক ভেট্টার সংক্রান্ত

•••

$\bar{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\bar{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ দ্বারা গঠিত সমতলের উপর একটি লম্ব একক ভেট্টার নির্ণয় কর।

$$\# নথি ১০১ ফোর = \pm \frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{A} \times \vec{B}|}$$

$$\# নথি ১০৮ ফোর = \pm \frac{\vec{A} + \vec{B}}{|\vec{A} + \vec{B}|}$$

পরস্পর লম্ব ও সমান্তরাল ভেক্টর



(i) কোনো ভেক্টরদ্বয় লম্ব হবার শর্ত, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

(ii) সমান্তরাল হবার শর্ত হচ্ছে $|\vec{A} \times \vec{B}| = 0$

◆ Shortcut for MCQ : $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}; \quad \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$ এবং $\vec{A} \parallel \vec{B}$ হলে,

$$\frac{A_x}{B_x} = \frac{A_y}{B_y} = \frac{A_z}{B_z}$$



উত্তর

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০২ : ভেক্টর

~~MCQ~~
~~প্রশ্ন~~

পরস্পর লম্ব ও সমান্তরাল ভেক্টর



a - এর মান কত হলে, $\vec{A} = 8\hat{i} + \hat{j} - a\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ ভেক্টর দুইটি পরস্পর লম্ব?

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$(8\hat{i} + \hat{j} - a\hat{k}) (4\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}) = 0$$

$$\Rightarrow 8 \cdot 4 + 1 \cdot (-2) + (-a) \cdot 5 = 0$$

$$\Rightarrow 32 - 2 - 5a = 0$$

$$\Rightarrow 5a = 30$$

$$\boxed{a = 6}$$



বড়াম

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০২ : ভেক্টর

Poll Question 08



m এর মান কত হলে $4\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $8\hat{i} + 6\hat{j} + \frac{m}{5}\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে?

(a) $\frac{10}{25}$

(b) $\frac{5}{3}$

(c) ~~50~~

(d) None

$$\frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{5}{m}$$

$$\frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2} = \frac{25}{m}}$$

$$m = 2 \times 25$$

$$= \underline{\underline{50}}$$

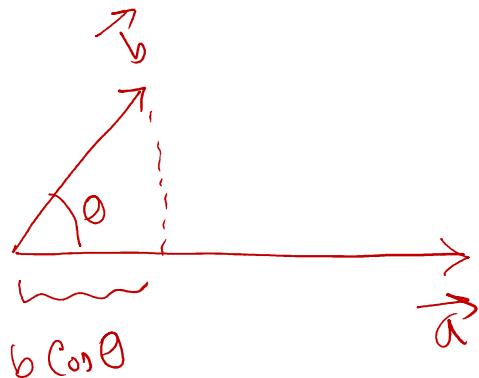


বট্রাম

একাডেমিক এন্ড এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০২ : ভেক্টর

ভেক্টরের উপাংশ ও অভিক্ষেপ



$$\vec{a} \text{ দ্বারা } \vec{b} \text{ এর } \text{মুকুত } = b \cos \theta$$

$$= \frac{a b \cos \theta}{\vec{a} \cdot \vec{b}} \\ = \frac{a}{|\vec{a}|}$$

$$\vec{a} \text{ দ্বারা } \vec{b} \text{ এর } \text{মুকুত } = b \cos \theta \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$



শুধুমা

একাডেমিক এবং এডমিশন কেয়ার

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায় ০২ : ভেক্টর

ভেক্টরের উপাংশ ও অভিক্ষেপ



$\checkmark \vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\checkmark \vec{b} = 4\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k}$ হলে \vec{a} ভেক্টরের উপর \vec{b} ভেক্টরের অভিক্ষেপ ও \vec{a} ভেক্টর বরাবর \vec{b} এর উপাংশ নির্ণয় কর। [BUET'08-09, 09-10, 10-11, 12-13, 13-14; KUET' 05-06, 09-10; DU'16-17]

$$\begin{aligned}
 \vec{a} \text{ কে দিয়ে } \vec{b} \text{ কে } \vec{a} \text{ এর উপাংশ } &= b \cos \theta \\
 &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} \\
 \vec{a} \text{ কে } \vec{b} \text{ দিয়ে } \vec{b} \text{ এর উপাংশ } &= 6 \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \\
 &= \frac{1.4 + 2.8 + 2.(-1)}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} \\
 &= \frac{4 + 16 - 2}{3} \\
 &= \frac{18}{3} = 6
 \end{aligned}$$



ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

•••

✓) \vec{A} ও \vec{B} দুটি ভেষ্টির হলে,

➤ যদি ত্রিভুজের দুই বাহু নির্দেশ করে তবে ক্ষেত্রফল, $\Delta = \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$

➤ যদি সামান্তরিকের দুটি কর্ণ নির্দেশ করে তবে ক্ষেত্রফল, $\Delta = \frac{1}{2} |\vec{A} \times \vec{B}|$

➤ যদি সামান্তরিকের দুটি সন্ধিহিত বাহু নির্দেশ করে তবে ক্ষেত্রফল, $\Delta = |\vec{A} \times \vec{B}|$

* * *

ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

•••

$\vec{P} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [DU'17-18]

$$\begin{aligned}
 \text{ক্ষেত্রফল} &= \left| \vec{P} \times \vec{Q} \right| \\
 &= \sqrt{6^2 + 6^2} \\
 &= 6\sqrt{2} \text{ বর্গমিলিৰিমি}
 \end{aligned}$$

$$\vec{P} \times \vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 6\hat{i} + 6\hat{j}$$

না বুঝে
মুখস্ত করার
অভ্যাস প্রতিভাকে
ধ্বংস করে



$$x = c \alpha \rho \frac{V^2}{2S}$$



$$x = c \alpha \rho \frac{V^2}{2S}$$



$$E = mc^2$$



$$x = \sqrt{\frac{c^2}{C} + C - \frac{b}{2}}$$

