লাল-সবুজে দাগানো

TEXT BOOK

পদার্থবিজ্ঞান

১ম পত্র

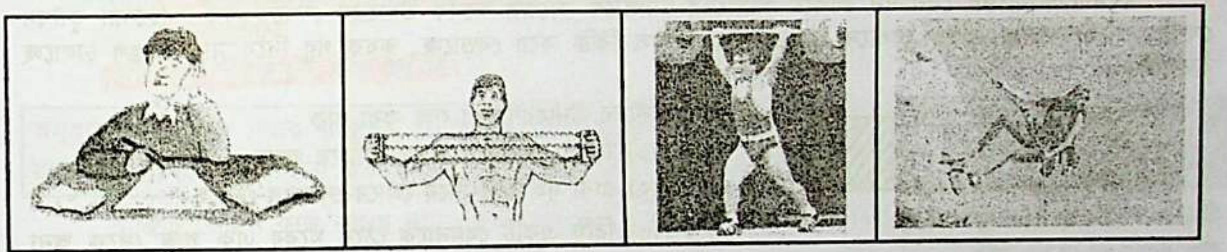
উন্মেষ

মেডিকেল এন্ড ডেন্টাল এডমিশন কেয়ার

প্রধান শব্দ (Key Words) : কাজ, কাজের একক, শক্তি, স্থিতিস্থাপক বল, গতিশক্তি, স্থিতিশক্তি, ক্ষমতা, ক্ষমতার একক, অসংরক্ষণশীল বল, কর্মক্ষমতা।

৫

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা
WORK, ENERGY AND POWER



সূচনা
Introduction

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা এ তিনটি শব্দ আমাদের অতি পরিচিত। আমরা দৈনন্দিন জীবনে কাজ শব্দটিকে শারীরিক কিংবা মানসিক যে কোনো কাজের জন্য ব্যবহার করে থাকি। তাই সাধারণ অর্থে **কোনো কিছু করার নামই কাজ।** যেমন রিকশাওয়ালা যখন রিকশা টানে তখন সে কাজ করে, কুলি যখন মাল বহন করে তখন সে কাজ করে, ঘোড়া যখন গাড়ি টানে তখন এটি কাজ করে ইত্যাদি। এ থেকে স্পষ্ট যে কাজ শব্দটি দৈনন্দিন জীবনে কোনো নির্দিষ্ট অর্থে ব্যবহৃত না হয়ে ব্যাপক অর্থে ব্যবহৃত হয়। পদার্থবিজ্ঞানে কাজ বলতে নির্দিষ্ট একটি অর্থ বুঝায়। আমরা ক্ষমতা ও শক্তি উভয়ই সাধারণভাবে একই অর্থে ব্যবহার করি। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে এরা এক নয়। এ অধ্যায়ে কাজ, ক্ষমতা ও শক্তির প্রকৃত ব্যাখ্যা এবং এদের সম্পর্কিত বিভিন্ন সম্পর্ক আলোচনা করা হবে।

এই অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- কাজ ও শক্তির সর্বজনীন ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- বল ও সরণের সাথে কাজের ভেক্টর সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- স্থির বল ও পরিবর্তনশীল বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- স্থিতিস্থাপক বল ও অভিকর্ষ বলের বিপরীতে সম্পাদিত কাজের তুলনা করতে পারবে।
- গতিশক্তির গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও সমস্যা সমাধানে এর ব্যবহার করতে পারবে।
  ব্যবহারিক : একটি স্প্রিং এর বিভব শক্তি পরিমাপ করতে পারবে।
- শক্তির নিত্যতার নীতি ব্যবহার করে বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবে।
- ক্ষমতা, বল ও বেগের মধ্যে সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বল ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- কোনো সিস্টেমের ক্ষেত্রে কর্মদক্ষতা হিসাব করতে পারবে।

৫.১ কাজ ও শক্তির সর্বজনীন ধারণা
Universal concept of work and energy

৫.১.১ কাজ
Work

সাধারণভাবে কোনো কিছু করাকে কাজ বলে। যেমন পড়াশোনা করা, কারখানায় কাজ করা, সাইকেল চালানো ইত্যাদি। বিজ্ঞানের ভাষায় কাজের অর্থ আলাদা।

বল প্রয়োগ করলে বস্তুর সরণ ঘটলে তখনই কেবল কাজ হয়। যেমন একটি বইকে টেবিলের ওপর থেকে নিচে ফেলে দেওয়া হলো। মাথায় বোঝা নিয়ে একজন লোক সিঁড়ি বেয়ে ওপরে উঠল, এই দুটি উদাহরণ দ্বারা কাজ করা বুঝায়। প্রথম ক্ষেত্রে অভিকর্ষ বলের দিকে সরণ হয়েছে। আর দ্বিতীয় ক্ষেত্রে অভিকর্ষ বলের বিপরীতে সরণ হয়েছে। তাই উভয় ক্ষেত্রে কাজ হয়েছে। কিন্তু একজন লোক কাঁধে বোঝা নিয়ে এক স্থানে স্থির থেকে খুব ক্লান্ত হয়ে পড়লেও কোনো কাজ হবে না। কারণ বোঝাটির কোনো সরণ হচ্ছে না। এই আলোচনা থেকে বোঝা যায় যে—কোনো বস্তুর

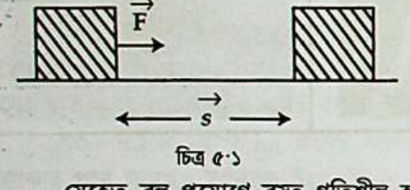
ওপর বল প্রয়োগ করলে যদি বস্তুর সরণ ঘটে কেবলমাত্র তখনই কাজ করা হয়। কিন্তু বল প্রয়োগ করলেও যদি বস্তুর সরণ না ঘটে তাহলে কোনো কাজ হয় না। F বল প্রয়োগে s পরিমাণ সরণ হলে [চিত্র ৫.১], কাজ

$$W = Fs \quad \cdots \quad (5.1)$$

কাজ একটি স্কেলার রাশি। ভেক্টর আকারে লিখলে, কাজ

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} \quad \cdots \quad (5.2)$$

আমরা আমাদের দৈনন্দিন জীবনে আমাদের চারপাশে কাজের অনেক উদাহরণ দেখতে পাই। ছেলেরা ফুটবল খেলছে, রিকশাওয়ালা রিকশা চালাচ্ছে, ফেরিওয়ালা জিনিস বিক্রি করে বেড়াচ্ছে, কৃষক গরু দিয়ে মাঠে লাঙল চালাচ্ছে ইত্যাদি।



চিত্র ৫.১

নিচের উদাহরণগুলো লক্ষ করা যাক :

(১) মিলন বই নিয়ে ক্লাসে দাঁড়িয়ে আছে।

(২) রানা দুই হাত দিয়ে জোরে দেওয়াল ঠেলছে।

(৩) রিমি একটি খেলনাকে ঠেলে ঘরের এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে পাঠিয়ে দিল।

যেহেতু বল প্রয়োগে বস্তু গতিশীল হলেই কেবল কাজ হয় তাই প্রথম ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কোনো কাজ হয়নি কিন্তু তৃতীয় ক্ষেত্রে কাজ হয়েছে।

আবার F বল প্রয়োগে s সরণের দিকে θ কোণ উৎপন্ন হলে, বল ও সরণের উপাংশের গুণফল দ্বারা কাজের পরিমাণ হিসাব করা যায়। অর্থাৎ কাজ = বল × বলের দিকে সরণের উপাংশ

বা, $W = Fs \cos\theta \quad \cdots \quad (5.3)$

তাই কাজকে নিম্নোক্ত উপায়ে সংজ্ঞায়িত করা যায়।

সংজ্ঞা : কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ ঘটলে প্রযুক্ত বল ও বলের অভিমুখে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।

একক : কাজের এস. আই. একক হলো জুল (Joule) বা নিউটন-মিটার (Nm)। কাজ একটি স্কেলার রাশি।
1 নিউটন বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর 1 মিটার সরণ হলে যে কাজ হয় তাকে 1 নিউটন-মিটার বা 1 জুল বলে।
কাজের অভিকর্ষীয় একক : কেজি-মিটার।

কাজের মাত্রা : $[W] = [F][s] = MLT^{-2} \times L = ML^2T^{-2}$

অনুধাবনমূলক কাজ : বল ও সরণ দিক রাশি হওয়া সত্ত্বেও কাজ স্কেলার রাশি কেন ?

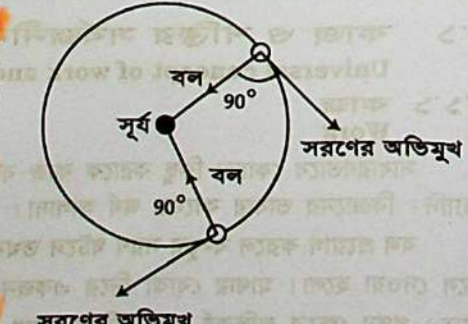
কাজ হলো বল ও সরণের ডট গুণফল অর্থাৎ $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos\theta$। যেহেতু ডট গুণন একটি স্কেলার রাশি তাই বল ও সরণ ভেক্টর হওয়া সত্ত্বেও কাজ স্কেলার রাশি।

৫.১.২ কাজ হওয়া এবং না হওয়ার কারণ

নিচের ঘটনাগুলো পড়ে কাজ হওয়া এবং না হওয়ার কারণ জেনে নাও।

● পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরছে, যে কোনো মুহূর্তে পৃথিবীর সরণের অভিমুখ ওই বৃত্তচাপের স্পর্শক বরাবর হয় [চিত্র ৫.২]। কিন্তু সূর্য পৃথিবীকে যে মহাকর্ষ বলে আকর্ষণ করে তা সব সময় পৃথিবী থেকে সূর্যের অভিমুখে অর্থাৎ বৃত্তচাপের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্র অভিমুখে ক্রিয়া করে। অতএব সূর্যের আকর্ষণ বলের অভিমুখ ও পৃথিবীর সরণের অভিমুখ সবসময় পরস্পরের ওপর লম্ব হওয়ায় পৃথিবীর আবর্তনের সময় সূর্যের মহাকর্ষ বল কোনো কাজ করে না।

● হাতে একটি ব্যাগ নিয়ে সমতল পথে হাঁটলে ব্যাগটির ওজন অর্থাৎ অভিকর্ষ বল কোনো কাজ করে না। কারণ সমতল পথে হাঁটায় ব্যাগটির সরণ অনুভূমিক রেখা বরাবর অর্থাৎ অভিকর্ষীয় বলের লম্ব দিকে হয়। তাই ব্যাগটির সরণ হলেও অভিকর্ষ বল কোনো কাজ করে না। অতএব এক্ষেত্রে অভিকর্ষ বল কাজহীন বল। কিন্তু ব্যাগ নিয়ে উঁচু-নিচু পথে হাঁটলে অভিকর্ষ বল কাজ করে।



চিত্র ৫.২

● একটি পাথরে দড়ি বেঁধে ঘোরালে পাথরটি হাতের আঙ্গুলের চারদিকে বৃত্তপথে ঘুরতে থাকে। এখানে দড়ির টান হলো অভিকেন্দ্র বল। অতএব পাথরটি ঘুরবার সময় দড়ির টান কোনো কাজ করবে না।

কাজ : পানি থেকে সদ্য তুলে আনা একটি চিংড়ি মাছকে মাটির ওপর রাখ। এবার একটা কাঠি দূর থেকে মাছটির গায়ের দিকে ঠেলে দাও। কী দেখতে পাবে ? চিংড়ি মাছটি সোজা ওপরের দিকে লাফ দিবে। এক্ষেত্রে চিংড়ি মাছটি কর্তৃক কোনো কাজ হবে কী ?

কাজের সংজ্ঞা থেকে আমরা জানি বল ক্রিয়া করলেও

(i) যদি বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ $s = 0$ হয় তবে কাজ $W = 0$ হয়

(ii) যদি বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ বলের অভিমুখের লম্বদিকে হয় অর্থাৎ $\theta = 90°$ হয় তবে $\cos\theta = 0$ হলে $W = 0$ হয়।

তাই এক্ষেত্রে কোনো কাজ হয় নি।

অনুধাবনমূলক কাজ : এক ব্যক্তি নদীতে স্রোতের বিপরীতে এমনভাবে সাঁতার কাটছে যে সে নদীর তীর সাপেক্ষে স্থির রয়েছে। ওই ব্যক্তি কী কোনো কাজ করছে ? — ব্যাখ্যা কর।

ব্যক্তিটি কোনো কাজ করছে না। কেননা স্রোতের জন্য সৃষ্ট বলকে প্রশমিত করার জন্য ওই ব্যক্তিকে একটি বিরুদ্ধ বল প্রয়োগ করতে হচ্ছে। এখন যেহেতু তীর সাপেক্ষে ওই বলের প্রয়োগ বিন্দুর কোনো সরণ হচ্ছে না, তাই ওই ব্যক্তি কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য হবে। অর্থাৎ ওই ব্যক্তি কোনো কাজ করছে না।

৫.১.৩ কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রে কাজ

একাধিক বল দ্বারা কাজ :

যদি বস্তুতে একাধিক বল প্রযুক্ত হয়, তাহলে ওই বলগুলি দ্বারা কাজের মোট পরিমাণ প্রতিটি বল দ্বারা কাজের যোগফলের সমান হয়। ওই বলগুলির লব্ধি দ্বারা কাজের পরিমাণও একই হয়।

বলের দ্বারা কাজ :

যদি চলন্ত একটি ফুটবলে পা দিয়ে গতির দিকে বল প্রয়োগ করা হয় তাহলে ফুটবলটি বলের ক্রিয়ার দিকে সরে যায়। গাছ থেকে একটি আম মাটিতে ফেলে দিলে তা অভিকর্ষের প্রভাবে নিচে পড়বে। উভয় ক্ষেত্রে কাজ ধনাত্মক বা বলের দ্বারা কাজ বুঝায়। অতএব বলা যায় বল প্রয়োগ করার ফলে যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের ক্রিয়া অভিমুখে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকে, তাহলে বলের দ্বারা কাজ বুঝায়। এক্ষেত্রে বলের দ্বারা কাজ ধনাত্মক কাজ। বলের দিকে কাজ হলে স্থিতিশক্তি হ্রাস পায়, গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। বলের দ্বারা কাজের ক্ষেত্রে $0° \le \theta < 90°$।

বলের বিরুদ্ধে কাজ :

একজন লোক মাটি থেকে একটি চাউলের বস্তাকে মাথার ওপর তুলল। আবার একটি বইকে মেঝে থেকে আলমারীতে তুলল। এই দুটি ক্ষেত্রে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে কাজ করা হয়। সুতরাং যদি একটি বস্তুর ওপর ক্রিয়ারত বলের বিপরীত দিকে বস্তুটিকে সরানো হয় অর্থাৎ বলের অভিমুখের বিপরীত দিকে বলের প্রয়োগ বিন্দু সরে যায়, তবে বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়েছে বুঝায়। এক্ষেত্রে বলের বিপরীতে কাজ ঋণাত্মক কাজ। বলের বিরুদ্ধে কাজ হলে স্থিতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। বলের বিরুদ্ধে কাজের ক্ষেত্রে $90° < \theta \le 80°$।

শূন্য কাজ ও কার্যহীন বল :

কোনো বস্তুর ভরের ওপর বল প্রয়োগে লম্ব বরাবর সরণ ঘটলে ওই বলের দ্বারা কাজ শূন্য হয় বা কোনো কাজ হয় না। সেক্ষেত্রে $\theta = 90°$ হয় এবং কাজ $W = Fs\cos 90° = 0$ হয়।

এক্ষেত্রে সরণের অভিমুখে বলের উপাংশ শূন্য। এই বলকে কার্যহীন বল বলে। সুতরাং যে বলের প্রয়োগে বস্তুর সরণ বলের অভিমুখের সমকোণে ঘটে তাকে কার্যহীন বল বলে। অভিকেন্দ্র বল (centripetal force) একটি কার্যহীন বল।

অনুধাবনমূলক কাজ : পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরছে কিন্তু কোনো কাজ করছে না কেন ?

পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরছে কিন্তু কোনো কাজ করছে না। এর কারণ হলো প্রতিটি মুহূর্তে পৃথিবীর সরণ ঘটছে মহাকর্ষ বলের লম্ব দিকে। অর্থাৎ এক্ষেত্রে $W = Fs\cos\theta = Fs\cos 90° = 0$ হয়। তাই কোনো কাজ হয় না।

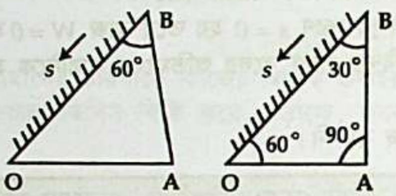
গাণিতিক উদাহরণ ৫.১

১। 150 kg ভরের এক ব্যক্তি 50 kg ভরের একটি বোঝা নিয়ে 4m দীর্ঘ একটি সিঁড়ি বেয়ে নামল। যদি সিঁড়িটি দেওয়ালের সাথে 60° কোণে এবং অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে থাকে তবে দুই ক্ষেত্রে কত কাজ করল নির্ণয় কর।

১ম ক্ষেত্রে,

আমরা জানি,

$$W = Fs\cos\theta$$
$$= mg\,s\cos\theta$$
$$= 200 \times 4 \times 9{\cdot}8 \times \cos 60^\circ$$
$$= 200 \times 4 \times 9{\cdot}8 \times 0{\cdot}5$$
$$= 3920\ \text{J}$$



এখানে,

ভর, $m = 150 + 50 = 200$ kg

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9{\cdot}8$ ms^{-2}

কোণ, $\theta = 60^\circ$

$s = 4$ m

২য় ক্ষেত্রে,

আবার অনুভূমিকের সাথে 60° কোণের ক্ষেত্রে $\theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\therefore$ কাজ, $W = Fs\cos 30^\circ = 200 \times 4 \times 9{\cdot}8 \cos 30^\circ = 6789{\cdot}4$ J

২। একটি কণার উপর $\vec{F} = (5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$ N বল প্রয়োগে কণাটির $\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ m সরণ হয়। বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ কত?

আমরা জানি,

$$W = \vec{F}\,.\,\vec{r}$$
$$= (5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})\,.\,(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$
$$= 5 \times 3 - 3 \times 2 - 2 \times 1$$
$$= 15 - 6 - 2 = 7\ \text{J}$$

এখানে,

$\vec{F} = (5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$ N

$\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ m

৩। 5 kg ভরের একটি বস্তু 5 m উঁচু থেকে একটি পেরেকের ওপর পড়লে পেরেকটি মাটির ভিতরে 10 cm ঢুকে যায়। মাটির গড় প্রতিরোধ বল নির্ণয় কর। [কু. বো. ২০০৬]

আমরা জানি,

পতনশীল বস্তুর স্থিতিশক্তি = প্রতিরোধ বলের বিরুদ্ধে কাজ

প্রতিরোধ বলের বিরুদ্ধে কাজ $= F \times s$

$= F \times 0{\cdot}1$

বস্তুটির মোট পতন $= h + s = 5 + 0{\cdot}1$

$= 5{\cdot}1$ m

এখানে,

বস্তুর ভর, $m = 5$ kg

উচ্চতা, $h = 5$ m

সরণ, $s = 10$ cm $= 0{\cdot}1$ m

প্রতিরোধ বল, $F = ?$

$\therefore$ বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mg(h + s) = (5 \times 9{\cdot}8 \times 5{\cdot}1)$ J

প্রশ্নানুসারে,

$$F \times 0{\cdot}1 = 5 \times 9{\cdot}8 \times 5{\cdot}1$$

$$\therefore\ F = \frac{5 \times 9{\cdot}8 \times 5{\cdot}1}{0{\cdot}1} = 2499\text{N}$$

উত্তর : গড় প্রতিরোধ বল = 2499N

অনুধাবনমূলক কাজ : কী কী শর্তে কাজ শূন্য হয় ?

কাজ শূন্য হওয়ার শর্ত : (ক) সরণ যদি শূন্য হয়, তবে কাজ $W = F \times 0 = 0$ হয়।

(খ) বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90° হলে কাজ $W = Fs\cos 90^\circ = 0$ হয়।

(গ) সংরক্ষণশীল বলের প্রভাবে যদি কোনো বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘুরে তখন কাজ শূন্য হয়।

৫.২ বল, সরণ এবং কাজ
Force, displacement and work

মনে কর একটি মার্বেল-এর ভর m এবং এটি v_0 আদি বেগে গতিশীল। এই মার্বেলের ওপর বল প্রয়োগ করা হলো। ফলে বেগ পরিবর্তিত হয়ে v হলো। তাহলে বল প্রয়োগের আগে গতিশক্তি = $\frac{1}{2}mv_0^2$ এবং বল প্রয়োগের পর গতিশক্তি = $\frac{1}{2}mv^2$। এক্ষেত্রে কৃত কাজ হবে গতিশক্তিদ্বয়ের পার্থক্যের সমান।

∴ কাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.4)$$

গতির সমীকরণ থেকে আমরা জানি

$$v^2 = v_0^2 + 2as \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.5)$$

এখানে a = ত্বরণ, s = সরণ। এখন (5.5) নং সমীকরণে $\frac{1}{2}m$ দ্বারা উভয় পাশে গুণ করে পাই

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}m(2as)$$

বা, $$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mas \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.6)$$

বা, $$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + Fs \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.7)$$

$$[\because F = ma]$$

বা, $$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = Fs \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.8)$$

সমীকরণ (5.4) এবং সমীকরণ (5.8) থেকে পাই

$$W = Fs \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.9)$$

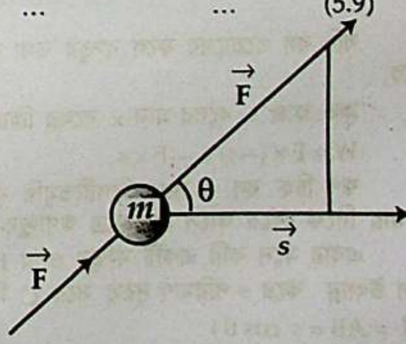
যদি সরণ অভিমুখে প্রযুক্ত বল বিবেচনা না করে বলের দিকে সরণের উপাংশ বিবেচনা করা হয় তাহলে চিত্র ৫.৩ অনুযায়ী

$$W = Fs \cos\theta$$

ভেক্টর আকারে প্রকাশ করলে

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.10)$$

সুতরাং বলা যায় বল ও সরণের স্কেলার গুণন হলো কৃত কাজ। অর্থাৎ সরণ ও সরণ অভিমুখে বলের উপাংশের গুণফলই হলো কৃত কাজ।



চিত্র ৫.৩

কাজের সাধারণ সংজ্ঞা থেকে দেখা যায় বল ক্রিয়া করলেও যদি বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ $s = 0$ হয় তাহলে কৃত কাজ $W = 0$ হয়। আবার যদি বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ বলের অভিমুখের লম্ব দিকে হয় অর্থাৎ $\theta = 90°$ হয় তবে $W = Fs \cos 90° = 0$ হয়।

অর্থাৎ কোনো সচল বস্তুর সরণের লম্ব দিকে এক বা একাধিক বল বস্তুটির ওপর ক্রিয়া করতে পারে। এই বলগুলির অভিমুখ সরণের অভিমুখের সাথে 90° কোণে থাকলে বস্তুর সরণের সময় এই বলগুলি কোনো কাজ করে না। এ ধরনের বলকে **কাজহীন বল** বলে।

অনুধাবনমূলক কাজ : কোনো বস্তুকে সমদ্রুতিতে ঘুরালে কাজ হয় কী ? ব্যাখ্যা কর।

কোনো বস্তুকে সমদ্রুতিতে ঘুরালে কাজ হয় না। এক্ষেত্রে বস্তুর ওপর হাত দ্বারা রশির মাধ্যমে প্রযুক্ত টান বা বল কেন্দ্রমুখি বলরূপে কাজ করে। প্রতিটি ক্ষুদ্র মুহূর্তে প্রযুক্ত বল $\vec{F}$ ও সংশ্লিষ্ট ক্ষুদ্র সরণের ($d\vec{s}$) এর মধ্যকার কোণ 90°। কারণ $\vec{F}$ এর দিক বৃত্তের কেন্দ্র বরাবর এবং $d\vec{s}$ এর দিক বৃত্তের স্পর্শক বরাবর। তাই কাজ, $W = Fs\cos\theta = Fs \cos 90° = 0$ হয়।

৫.৩ ধ্রুব বল এবং পরিবর্তনশীল বল কর্তৃক কৃত কাজ
Work done by constant force and variable force

বল সাধারণত দুই প্রকার; যথা— ধ্রুব বল ও পরিবর্তনশীল বল। এখন আমরা ধ্রুব বল ও পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ আলোচনা করব।

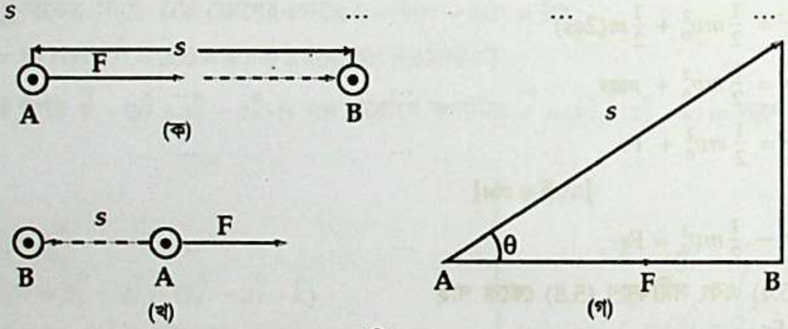
৫.৩.১ ধ্রুব বল কর্তৃক কৃত কাজ
Work done by a constant force

অভিকর্ষীয় বলের প্রভাবে কোনো বস্তুকে অল্প উচ্চতায় ওপরে উঠানো বা নিচে নামানো যায়। উচ্চতার মান কম হওয়ায় এক্ষেত্রে অভিকর্ষীয় বল স্থির (বা ধ্রুব) বল। ($\because$ $F = mg$, উচ্চতা কম হওয়ায় g এর মান স্থির ধরা যায়; $\therefore$ F ধ্রুব) অর্থাৎ সময়ের প্রেক্ষিতে বলের মান ও দিক পরিবর্তন না হলে তাকে স্থির (বা ধ্রুব) বল বলে।

মনে করি A বিন্দুতে অবস্থিত কোনো একটি বস্তুর ওপর AB বরাবর F বল প্রযুক্ত হওয়ায় বস্তুটি A বিন্দু হতে B বিন্দুতে যেতে s দূরত্ব অতিক্রম করল [চিত্র ৫.৪ (ক)]। তা হলে,

কৃত কাজ = বলের মান × বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর সরণের মান

বা, $W = F \times s$ ... ... (5.11)



চিত্র ৫.৪

যদি বল প্রয়োগের ফলে বস্তুর তথা বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ, বলের বিপরীত দিকে $AB = s$ হয় [চিত্র ৫.৪(খ)] তবে,

কৃত কাজ = বলের মান × বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর সরণের মান

$W = F \times (-s) = -F \times s$ ... ... (5.12)

ঋণ চিহ্ন বল ও সরণ বিপরীতমুখি বুঝাতে ব্যবহৃত হয়েছে। সাপের গায়ে লাঠি দিয়ে খোচা দিলে যদি সাপ তোমার দিকে ধেয়ে আসে সেক্ষেত্রে ঋণাত্মক কাজ হয় এবং $W = -Fs$ হয়।

এবার মনে করি একটি বস্তুর ওপর F পরিমাণ বল AB অভিমুখে প্রযুক্ত হওয়ায় বস্তুটি বলের অভিমুখের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে s পরিমাণ দূরত্ব সরে C বিন্দুতে পৌঁছল [চিত্র ৫.৪(গ)]। তা হলে বলের ক্রিয়ারেখা বরাবর বস্তুর সরণ $= AB = s \cos\theta$।

এখানে $BC \perp AB$

$\therefore$ কৃত কাজ, W = বলের মান × বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর সরণের মান

বা, $W = Fs\cos\theta$ ... ... (5.13)

= বলের মান × বলের দিকে সরণের উপাংশের মান।

অথবা, $W = Fs\cos\theta$ = সরণের মান × সরণের দিকে বলের উপাংশের মান।

উভয় ক্ষেত্রে কাজের পরিমাণ একই।

ভেক্টর বীজগণিতের সাহায্যে কাজকে নিম্নলিখিতভাবে প্রকাশ করা যায় :

কাজকে বল ও সরণ এই দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণফল দ্বারা পরিমাপ করা হয়। মনে করি বল $\vec{F}$ একটি ভেক্টর বা দিক রাশি এবং সরণ $\vec{s}$ একটি ভেক্টর বা দিক রাশি।

অতএব কাজ = বল . সরণ

বা $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$

$= Fs\cos\theta$, [$s\cos\theta$ হলো বল F-এর দিকে সরণের উপাংশ বা অংশক] ... (5.14)

এখানে $\theta = \vec{F}$ এবং $\vec{s}$-এর মধ্যবর্তী কোণ।

(ক) ধনাত্মক কাজ : $\theta = 0°$ হলে, অর্থাৎ বলের দিকে যখন বস্তুর সরণ হয়, তখন

$$W = \vec{F} . \vec{s} = Fs \cos\theta = Fs \cos 0°$$

$$= Fs \qquad [\because \cos 0° = 1]$$

এখানে কাজ ধনাত্মক (positive)। এক কথায় θ সূক্ষ্মকোণ হলে কাজ ধনাত্মক। কাজ ধনাত্মক হলে বলের দ্বারা কাজ বুঝায়। ধনাত্মক কাজের ক্ষেত্রে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায় এবং ত্বরণ হয়।

(খ) শূন্য কাজ : $\theta = 90°$ হলে

$$W = F. s \cos\theta = F.s \cos 90° = 0 \qquad [\because \cos 90° = 0]$$

অর্থাৎ $\theta = 90°$ হলে বল দ্বারা কাজের পরিমাণ শূন্য হবে। কেন্দ্রমুখি বল দ্বারা কাজ শূন্য হয়। কেন্দ্রমুখি বলের দিক বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে, তার সরণের দিক বৃত্তের স্পর্শক বরাবর। ফলে $\theta = 90°$ হয় এবং কাজ শূন্য হয়।

(গ) ঋণাত্মক কাজ : $\theta = 180°$ হলে কাজ ঋণাত্মক (negative) হবে

অর্থাৎ $W = \vec{F}. \vec{s} = Fs \cos 180° = -Fs \qquad [\because \cos 180° = -1]$

কাজ ঋণাত্মক হলে বলের বিরুদ্ধে কাজ বুঝায়। ঋণাত্মক কাজের ক্ষেত্রে গতিশক্তি হ্রাস পায় এবং মন্দন হয়।

অনুধাবনমূলক কাজ : বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তু কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য—ব্যাখ্যা কর।

বৃত্তাকার পথে যখন একটি বস্তু ঘুরতে থাকে তখন প্রতিটি মুহূর্তে কেন্দ্রমুখি বল (F) এবং ক্ষুদ্র সরণের (s) মধ্যকার কোণ $\theta = 90°$। সুতরাং কাজ $W = \vec{F} . \vec{s} = Fs \cos\theta = 0$। অর্থাৎ কেন্দ্রমুখি বলের দিকে সরণের উপাংশ সর্বদা শূন্য হওয়ায় এক্ষেত্রে কোনো কাজ হবে না।

কাজ : m ভরের একটি বস্তু স্থিরাবস্থা থেকে সমত্বরণে চলছে। t সময় পরে তার বেগ, v। দেখাও যে, T সময় পরে কৃত কাজ $= \frac{1}{2} mv^2T^2/t^2$.

স্থিরাবস্থা থেকে বস্তুটি যাত্রা শুরু করে t সময় পরে এর বেগ v হলে, বস্তুর ত্বরণ, $a = \frac{v}{t}$.

$\therefore$ প্রযুক্ত বল, $F = ma = \frac{mv}{t}$

এখন, T সময়ে সরণ s হলে, $s = u \times T + \frac{1}{2}aT^2 = \frac{1}{2}\frac{v}{t} \times T^2 \quad [\because u = 0]$

$\therefore$ কৃত কাজ, $Fs = \frac{mv}{t} \times \frac{1}{2}\frac{v}{t}T^2$

$$= \frac{1}{2}\frac{mv^2T^2}{t^2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

৫.৩.২ পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ
Work done by a variable force

সংজ্ঞা : যে বলের মানের ও দিকের অথবা যে কোনো একটির পরিবর্তন হয় তা-ই পরিবর্তনশীল বল। যেমন একটি স্প্রিংকে টেনে লম্বা করলে বা সংকুচিত করলে যে কাজ হবে তাকে পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কাজ বুঝায়। আবার মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে কোনো বস্তুর স্থান পরিবর্তনও পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কাজ বুঝায়।

স্বল্প উচ্চতায় বলের পরিবর্তন খুবই নগণ্য। কিন্তু পৃথিবী পৃষ্ঠের বেশ ওপরের দিকে কিংবা নিচের দিকে অভিকর্ষীয় বলের মান কমতে থাকে। সেক্ষেত্রে বল স্থির (বা ধ্রুব) ধরা যায় না। বল একটি ভেক্টর রাশি; সুতরাং এর দিক ও মান উভয়ই আছে। প্রথমে বলের মান পরিবর্তনশীল বিবেচনা করে আমরা নিম্নে কৃত কাজের সমীকরণ বের করব।

ক. বলের মান যখন পরিবর্তনশীল

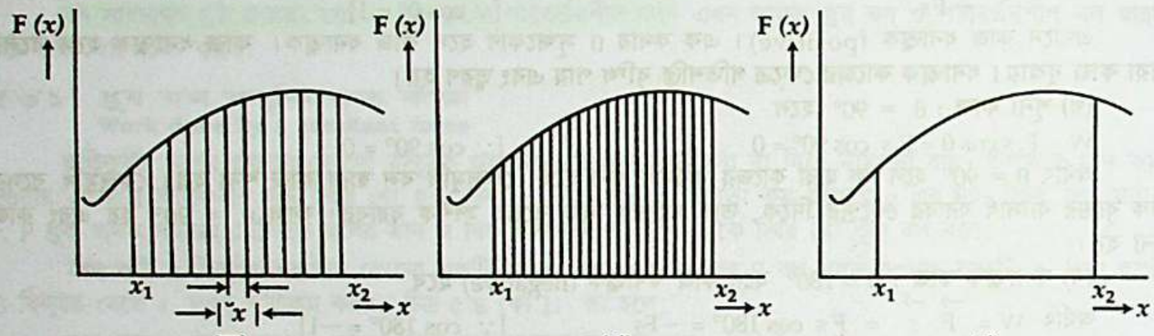
ধরি কোনো একটি পরিবর্তনশীল বল $\vec{F}$ বস্তুর ওপর x-অক্ষ বরাবর ক্রিয়া করায় বস্তুটি x-অক্ষ বরাবর x_1 অবস্থান থেকে x_2 অবস্থানে সরে গেল এবং বলটি মানের সাপেক্ষে পরিবর্তী। এই পরিবর্তী বল দ্বারা বস্তুটির সরণ $(x_2 - x_1)$ ঘটাতে সম্পাদিত কাজ নিম্নোক্ত উপায়ে বের করতে পারি।

এখন মোট সরণ $(x_2 - x_1)$ কে বহুসংখ্যক অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সমমানের সরণ Δx-এ বিভক্ত করা হলো [চিত্র ৫.৫ (ক)]। ফলে প্রতিটি ক্ষুদ্র সরণের শুরুতে বস্তুর ওপর যে বল ক্রিয়া করে ওই বলের ক্রিয়াতেই ওই সরণ সংঘটিত হয়েছে বিবেচনা করা যায়। প্রতিটি ক্ষুদ্র অংশে ক্রিয়ারত বল ভিন্ন ভিন্ন মানের। সুতরাং x_1 অবস্থান থেকে $x_1 + \Delta x$ পর্যন্ত ক্ষুদ্র সরণের ক্ষেত্রে F_1 বল ক্রিয়াশীল হলে কাজ,

$$\Delta W_1 = F_1 \Delta x$$

অনুরূপভাবে $x_1 + \Delta x$ থেকে $x_1 + 2\Delta x$ পর্যন্ত সরণ Δx-এর ক্ষেত্রে F_2 বল ক্রিয়াশীল হলে কাজ,

$\Delta W_2 = F_2 \Delta x$



(ক) (খ) (গ)

চিত্র ৫·৫

মোট সরণ $(x_2 - x_1)$ কে যদি এরূপ N সমসংখ্যক ক্ষুদ্র সরণ Δx-এ বিভক্ত করা হয় তবে মোট কাজ হবে এই ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশের সরণের জন্য কাজের সমষ্টির সমান।

$$\therefore \text{ কৃত কাজ, } W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 + \ldots\ldots\ldots + \Delta W_N$$

$$= F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x + \ldots\ldots\ldots + F_N\Delta x$$

$$= \sum_{k=1}^{N} F_k \Delta x$$

লক্ষণীয় যে প্রতিটি ক্ষুদ্র অংশ Δx-এ বলের মান ধ্রুব ধরা হয়েছে। কিন্তু এটা সম্পূর্ণ সঠিক নয়। ওই প্রতিটি ক্ষুদ্র অংশকে যদি আরও ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে ভাগ করি [চিত্র ৫·৫ (খ)] এবং অতি ক্ষুদ্র অংশের জন্য বল স্থির (বা ধ্রুব) ধরি, তবে কৃত কাজের মান আরও সঠিক হবে। এভাবে ক্ষুদ্র অংশ আরও ক্ষুদ্র অর্থাৎ Δx যদি প্রায় শূন্যের কাছাকাছি হয় এবং বিভক্ত অংশের সংখ্যা N-কে অসীম করা হয় তবে সঠিক মান পাওয়া যাবে। অতএব, কাজের সঠিক মান লেখা যায়

$$W = \underset{\Delta x \to 0}{\mathrm{Lt}} \sum_{k=1}^{N} F_k \Delta x$$

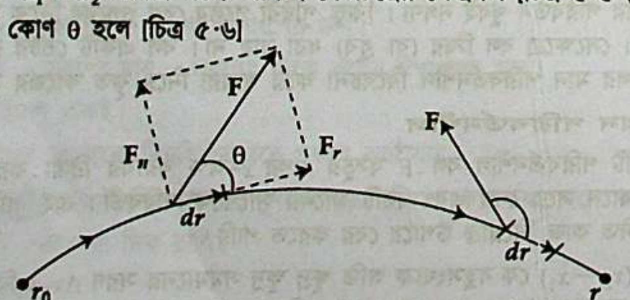
ক্যালকুলাসের ভাষায়,

$$\underset{\Delta x \to 0}{\mathrm{Lt}} \sum_{k=1}^{N} F_k \Delta x = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\, dx$$

$$\therefore \quad W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\, dx \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.15)$$

$= x_1$ ও x_2 সীমার মধ্যে আবদ্ধ লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল [চিত্র ৫·৫ (গ)]

বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে [চিত্র ৫·৬]



চিত্র ৫·৬

$$W = \int \vec{F}.\vec{dx} = \int_{x_1}^{x_2} F\cos\theta\, dx, \; F\cos\theta \text{ হচ্ছে X-অক্ষ বরাবর বল } \vec{F}\text{-এর উপাংশ।} \quad \ldots \quad (5.16)$$

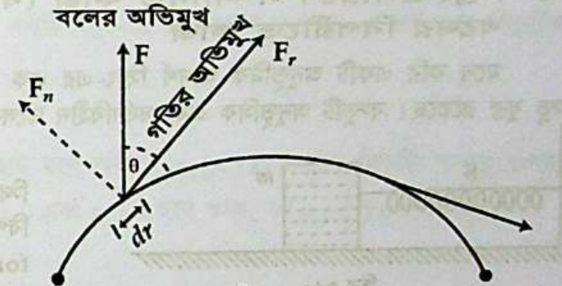
খ. বলের মান ও দিক উভয়ই যখন পরিবর্তনশীল

বল মানে ও অভিমুখে পরিবর্তনশীল হলে ওই বলের ক্রিয়ায় বস্তু একটি রেখায় গতিশীল হতে পারে। বস্তুটির গতি দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক। এ ক্ষেত্রে রেখাটির কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক দ্বারা ওই বিন্দুতে বস্তুর গতি অভিমুখ নির্দিষ্ট হবে। এক্ষেত্রে সরণ = $\vec{r}$ ।

কাজেই এই প্রকার বলের কৃত কাজ নির্ণয়ে সমগ্র গতিপথকে অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সরণ $d\vec{r}$-এর সমষ্টি হিসেবে গণ্য করা যায়।

প্রত্যেক ক্ষুদ্র সরণের শুরুতে বস্তুর ওপর যে বল F ক্রিয়ারত থাকে ওই বল উক্ত সরণের জন্য ধ্রুব বিবেচনা করা যায়। ধরি কোনো একটি ক্ষুদ্র সরণ $d\vec{r}$ এবং ওই সরণের জন্য ক্রিয়ারত বল $\vec{F}$-এর মধ্যবর্তী কোণ θ [চিত্র ৫.৭]। বলটিকে $d\vec{r}$-বরাবর একটি অংশে এবং তার লম্ব দিকে অপর একটি অংশে বিভক্ত করি। ধরি অংশক দুটি যথাক্রমে

$F_r = F\cos\theta$ এবং $F_n = F\sin\theta$



চিত্র ৫.৭

এই ক্ষুদ্র সরণের জন্য বলের F_n অংশক কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য, কেননা এই ক্ষুদ্র সরণ ও F_n-এর মধ্যবর্তী কোণ 90°। তা হলে ওই ক্ষুদ্র সরণের জন্য কাজ

$dW = F\,dr\cos\theta = \vec{F}\cdot d\vec{r}$

কাজেই গতিপথের r_0 অবস্থান হতে r অবস্থানে স্থানান্তরের ক্ষেত্রে কাজ,

$$W = \int_{r_0}^{r} (F\cos\theta)\,dr = \int_{r_0}^{r} \vec{F}\cdot d\vec{r} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.17)$$

৫.৪ স্থিতিস্থাপক বল ও অভিকর্ষীয় বল এবং সম্পাদিত কাজ
Elastic force and gravitational force and work done

৫.৪.১ স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কৃত কাজ
Work done by elastic force

একটি স্প্রিংকে টেনে প্রসারিত করলে মনে হয় যে, স্প্রিং আমাদের হাতকে বিপরীত দিকে টানছে। নিউটনের তৃতীয় সূত্র থেকে এরূপ প্রতিক্রিয়া বলের উদ্ভব ব্যাখ্যা করা যায়। স্পষ্টত বিকৃত করার চেষ্টাকে স্প্রিংটি বাধা দেয়; স্প্রিংটিকে ছেড়ে দিলে সেটি সঙ্গে সঙ্গে এর প্রাথমিক দৈর্ঘ্য ফিরে পায়। এক্ষেত্রে যে বলের ক্রিয়ায় বস্তু পূর্বের আকার বা আয়তন ফিরে পেল সেই বলই হলো স্থিতিস্থাপক বল।

অর্থাৎ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বাইরে থেকে বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর আকার পরিবর্তন ঘটানোর পর বল অপসারণ করলে যে বলের কারণে তা আবার পূর্বের আকার ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপক বল বলে।

স্প্রিং-কে বল প্রয়োগে x সরণ সৃষ্টি করলে স্প্রিং দ্বারা কৃত কাজ $W = \frac{1}{2}kx^2$ হবে। এখানে, k = স্প্রিং ধ্রুবক বা বল ধ্রুবক। আবার বল প্রয়োগে স্প্রিংটিকে সংকুচিত করে x সরণ ঘটাতে কৃত কাজও একই হবে। অর্থাৎ উভয় ক্ষেত্রে একই কাজ হবে। সুতরাং স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ সরণের বর্গের সমানুপাতিক অর্থাৎ $W \propto x^2$। স্থিতিস্থাপক বলের বিপরীতে সরণ দুই গুণ হলে কাজ চার গুণ হবে।

৫.৪.২ অভিকর্ষীয় বল দ্বারা কৃত কাজ
Work done by gravitational force

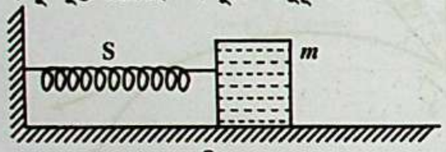
কোনো বস্তুকে ওপর থেকে নিচে নামালে বা নিচ থেকে ওপরে উঠালে অভিকর্ষীয় বল দ্বারা কাজ হয়। অর্থাৎ বস্তুকে ওপরে উঠানো বা নিচে নামানো যা কিছু করা হোক না কেন বস্তু সর্বদা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে একটি বল দ্বারা আকৃষ্ট হয়। পৃথিবীর এই আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বল বলে।

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R, ভর M এবং বস্তুর ভর m এবং h উচ্চতায় বস্তুটি তুলতে বা নামাতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ হবে $W = \frac{GMm}{R^2} \times h$, এখানে $\frac{GMm}{R^2}$ ধ্রুব রাশি। সুতরাং অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ উচ্চতা বা সরণের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $W \propto h$। সুতরাং অভিকর্ষ বলের বিপরীতে সরণ তিনগুণ হলে কৃত কাজও তিনগুণ হবে।

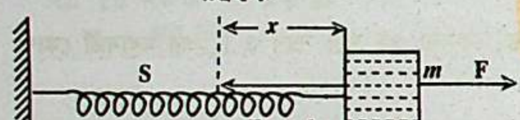
৫.৪.৩ পরিবর্তনশীল বল কর্তৃক কৃত কাজের উদাহরণ
Examples of work done by variable force

ক. স্প্রিং প্রসারণে সম্পাদিত কাজ (বল $\propto x$) বা স্থিতিস্থাপক বল তথা স্প্রিং বলের বিপরীতে কাজ

মনে করি একটি অনুভূমিক আদর্শ স্প্রিং-এর এক প্রান্ত দেয়ালের সাথে আটকিয়ে অপর প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু যুক্ত রয়েছে। বস্তুটি অনুভূমিক এবং ঘর্ষণবিহীন তলের ওপর দিয়ে চলাচল করতে পারে [চিত্র ৫.৮]।



চিত্র ৫.৮



চিত্র ৫.৮(ক)

বস্তুটিকে টেনে স্প্রিং S-কে দৈর্ঘ্য বরাবর বিকৃত করলে স্থিতিস্থাপক ধর্মের দরুন স্প্রিং-এ প্রযুক্ত বলের সমান ও বিপরীতমুখি বল সৃষ্টি হয়। একে **প্রত্যায়নী বল (restoring force)** বলে। স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম না করলে, প্রত্যায়নী বলের মান হুকের সূত্রানুযায়ী দৈর্ঘ্য পরিবর্তনের সমানুপাতিক হবে।

মনে করি F_s অনুভূমিক বল প্রয়োগে বস্তুটিকে বাম হতে ডান দিকে সরানোর ফলে স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য অনুভূমিক বরাবর x পরিমাণ বৃদ্ধি পেল [চিত্র ৫.৮(ক)]। এই ক্রিয়ার দরুন স্প্রিং-এ $-kx$ পরিমাণ প্রত্যায়নী বল উৎপন্ন হবে। কেননা

$F_s \propto -x$

বা, $F_s = -kx$

[এই প্রত্যায়নী বলের দিক বস্তুটির সরণের বিপরীত দিকে হওয়ায় ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে।]

এখানে k একটি ধ্রুব সংখ্যা। একে স্প্রিং এর বল ধ্রুবক (spring constant) বলা হয়।

সংজ্ঞা : স্প্রিং-এর একক দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির জন্য প্রযুক্ত বলকেই স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক বলা হয়। স্প্রিং ধ্রুবকের একক Nm^{-1}। x দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিতে F বলের প্রয়োজন হলে স্প্রিং ধ্রুবক, $k = \frac{F}{x}$।

স্প্রিংটিকে প্রসারিত করতে হলে সমমানের বাহ্যিক বল প্রয়োগ করতে হবে। মনে করি প্রযুক্ত বল F।

$$\therefore \; F = -F_s = -(-kx) = kx \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.18)$$

স্প্রিংটিকে x_1 অবস্থান হতে x_2 অবস্থানে প্রসারিত করতে প্রযুক্ত বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}(x)\, \vec{dx} = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\, dx$$

[$\because$ $\vec{F}$ ও $\vec{dx}$ -এর মধ্যবর্তী কোণ শূন্য]

$$= \int_{x_1}^{x_2} kx dx = k\int_{x_1}^{x_2} x dx = \frac{1}{2} k \left[x^2\right]_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2} k \left[x_2^{\,2} - x_1^{\,2}\right]$$

$$W = \frac{1}{2} k x_2^{\,2} - \frac{1}{2} k x_1^{\,2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.19)$$

এই কাজ ধনাত্মক। সাধিত কাজ স্প্রিং-এর মধ্যে স্থিতিশক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে।

স্প্রিং-এর আদি অবস্থান $x_1 = 0$ এবং শেষ অবস্থান $x_2 = x$ ধরলে,

$$W = \frac{1}{2} k x^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.20)$$

অর্থাৎ, সরণের পরিমাণ x হলে সঞ্চিত স্থিতিশক্তির পরিমাণ হবে $\frac{1}{2}kx^2$।

[পুনঃ, স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য x পরিমাণ সংকুচিত হলেও সঞ্চিত স্থিতিশক্তির পরিমাণ, $W = \frac{1}{2}kx^2$ হবে]।

জানার বিষয় : স্প্রিং ধ্রুবক নির্ভর করে—

I. স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্যের ওপর

II. জ্যামিতিক গঠনের ওপর

III. পদার্থের স্থিতিস্থাপকতার ওপর।

খ. স্প্রিং সংকোচনে কাজ

এক্ষেত্রে $x_1 = 0$ এবং $x_2 = x$ ধরলে স্প্রিং সংকোচনে কাজ $W = \frac{1}{2}kx^2$ হয় অর্থাৎ স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য x পরিমাণ সংকুচিত করলে সঞ্চিত স্থিতিশক্তির পরিমাণ বা কাজ $= \frac{1}{2}kx^2$। একটি স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক $2{\cdot}5\ Nm^{-1}$ অর্থ হলো স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য 1 m বৃদ্ধি করার জন্য 2·5 N বল প্রয়োগ করতে হবে।

গ. স্প্রিং বল দ্বারা ঋণাত্মক কাজ

বস্তুর আদি সরণের মান শেষ সরণের মানের চেয়ে ছোট হলে অর্থাৎ $|x_1| < |x_2|$ হলে স্প্রিংটি বস্তুর ওপর ঋণাত্মক কাজ করবে। এক্ষেত্রে $F = F_s = -kx$ হবে এবং $x_1 = 0$ এবং $x_2 = x$ হলে কাজ, $W = -\frac{1}{2}kx^2$ হয়।

৫.৪.৪ অভিকর্ষ বল
Force due to gravity

এই বিশ্বের যে কোনো দুটি বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। সাধারণত যে কোনো দুটি বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে। কিন্তু ভূপৃষ্ঠের ওপরে বা নিকটে অবস্থিত প্রতিটি বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বল (force due to gravity) বলে। অতএব অভিকর্ষ মহাকর্ষেরই একটি বিশেষ ক্ষেত্র, অভিকর্ষ বলতে পৃথিবীর মহাকর্ষ বোঝায়।

কোনো বস্তুকে অবাধে পড়তে দিলে অভিকর্ষের ক্রিয়ায় বস্তুটি খাড়াভাবে নিচের দিকে পড়তে থাকে। বস্তুটিও পৃথিবীকে সমান ও বিপরীতমুখি বলে আকর্ষণ করে। যে কোনো পার্থিব বস্তুর তুলনায় পৃথিবীর ভর বহুগুণ বেশি বলে এই বলের ক্রিয়ায় গতি উপেক্ষা করা যায়। তাই বস্তুটি পৃথিবীর দিকে পড়ে, পৃথিবী বস্তুর দিকে এগিয়ে যায় না।

পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের একটি সমসত্ত্ব গোলক কল্পনা করলে পৃথিবীর সমস্ত ভর এর কেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে বলে ধরতে পারি। সুতরাং ভূপৃষ্ঠে অবস্থিত m ভরের কোনো বস্তুকে পৃথিবী নিজ কেন্দ্রের দিকে F বলে আকর্ষণ করলে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুযায়ী

$$F = \frac{GMm}{R^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.21)$$

পৃথিবীর কেন্দ্রাভিমুখী এই বলই হলো অভিকর্ষ বল। অতএব অভিকর্ষের ক্রিয়ায় পতনশীল বস্তু প্রকৃতপক্ষে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে এগোয়। এজন্য রাজমিস্ত্রির দেওয়াল সোজা করার কাজে ঝুলন্ত ওলন দড়ি পৃথিবীর কেন্দ্রাভিমুখি বলে সবসময় উল্লম্ব রেখায় থাকে। কোনো বস্তুকে কপিকলের সাহায্যে নিচে নামানো, ক্রেন দিয়ে ওপরে উঠানো এবং শিশু পার্কে বাচ্চাদের মসৃণ তল থেকে পিছলে নিচে পড়া সবই অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ।

৫.৪.৫ অভিকর্ষীয় বল কর্তৃক কৃত কাজের উদাহরণ
Examples of work done by gravitational force

ক. বস্তু নিচে পতনের ক্ষেত্রে কাজ

মনে করি 'm' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে অভিকর্ষ বলের প্রভাবে 'h' উচ্চতা হতে ফেলা হলো।

$\therefore$ কৃত কাজ = বল × সরণ

বা, $W = F \times h = mgh \quad [\because F = mg] \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.22)$

বা, W = ভর × অভিকর্ষীয় ত্বরণ × উচ্চতা

কাজকে অভিকর্ষীয় এককে প্রকাশ করলে, $W = mgh$ অর্থাৎ $W \propto h$। সুতরাং অভিকর্ষ বলের দিকে কাজ সরণ বা উচ্চতার সমানুপাতিক।

খ. বস্তু ওপরে উঠানোর ক্ষেত্রে কাজ

'm' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে 'h' উচ্চতা ওপরে উঠালে

কাজ = ভর × অভিকর্ষীয় ত্বরণ × উচ্চতা বা, $W = mgh \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.23)$

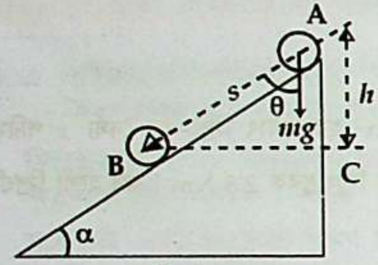
অবশ্য এ কাজ ঋণাত্মক।

অর্থাৎ $W = -mgh$

অর্থাৎ $W \propto h$। অর্থাৎ অভিকর্ষের বিপরীতে কৃত কাজ বস্তুর উচ্চতা বা সরণের সমানুপাতিক। $\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.24)$

গ. আনত তল বেয়ে নামানোর ক্ষেত্রে কাজ

মনে করি 'm' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু কোনো একটি মসৃণ নত তল বেয়ে A হতে B-তে সরে এল। যদি g অভিকর্ষীয় ত্বরণ হয়, তবে অভিকর্ষ বল mg বস্তুটিকে খাড়াভাবে নিচের দিকে টানবে [চিত্র ৫.৯]।



চিত্র ৫.৯

ধরি সরণের অভিমুখ এবং অভিকর্ষ বলের অভিমুখের মধ্যে θ কোণ আছে এবং $AB = s$

∴ অভিকর্ষ বল mg-এর দিকে সরণের অংশ $= s\cos\theta$

এখন $AC = h$ দূরত্ব

∴ $h = s\cos\theta$

∴ কাজ, $W = mgs\cos\theta$ বা, $W = mgh$ ... (5.25)

তলটি অনুভূমিকের সাথে α কোণে অবস্থান করলে,

$\theta = (90° - \alpha)$

∴ $W = mgs\cos(90° - \alpha) = mgs\sin\alpha$

স্থিতিস্থাপক বল এবং অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ থেকে দেখা যায় যে,

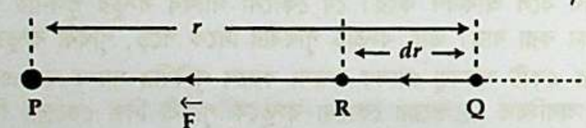
স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ, $W = \frac{1}{2}kx^2$ ∴ কাজ, $W \propto$ (সরণ)^2

অন্য দিকে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ, $W = mgh$ ∴ কাজ, $W \propto$ সরণ

সুতরাং বলা যায়, **স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ সরণের বর্গের সমানুপাতিক। অপর দিকে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ উচ্চতার বা সরণের সমানুপাতিক। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বৃদ্ধি পেলে এই বল দ্বারা কাজও বৃদ্ধি পায়।**

ঘ. মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ

মনে করি M ভরের একটি বস্তু মহাকর্ষ ক্ষেত্রের P বিন্দুতে অবস্থিত। P থেকে r দূরে m ভরের অন্য একটি বস্তু Q বিন্দুতে অবস্থিত [চিত্র ৫.১০]। এক্ষেত্রে m ভরের বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষ বল $F = \frac{GMm}{r^2}$, দিক QP বরাবর।



চিত্র ৫.১০

এখন m ভরের বস্তুকে অসীম হতে ক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরিয়ে R বিন্দুতে আনতে কৃত কাজ

$$W = \int_\infty^r F dr\cos 0° = \int_\infty^r F dr = \int_\infty^r \frac{GMm}{r^2} dr$$

$$= GMm \int_\infty^r r^{-2} dr = -GMm\left[\frac{1}{r}\right]_\infty^r$$

$$= -GMm\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right) = -\frac{GMm}{r}$$

এখন m ভরের বস্তুটিকে R থেকে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র দূরত্ব dr সরিয়ে Q বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষ বল দ্বারা কাজ,

$$dW = F dr\cos 180° = -F dr$$

যদি বস্তুটির আদি অবস্থান r_a এবং শেষ অবস্থান r_b হয় মোট কাজ নির্ণয়ে $r = r_a$ থেকে $r = r_b$ সীমার মধ্যে উপরোক্ত সমীকরণকে সমাকলন করে পাই,

$$W_{ab} = \int_{r_a}^{r_b} -F dr = -\int_{r_a}^{r_b} \frac{GMm}{r^2} dr$$

$$= -GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_a}^{r_b} = -GMm\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত ধনাত্মক কাজ : উপরোক্ত সমীকরণ অনুযায়ী বস্তুর কণা দুটির মধ্যে দূরত্ব হ্রাস করা হলে অর্থাৎ $r_b < r_a$ হলে $\frac{1}{r_b} > \frac{1}{r_a}$ হয় ফলে W_{ab} ধনাত্মক হয়; সুতরাং মহাকর্ষ বল দ্বারা কাজ ধনাত্মক কাজ। ওপর থেকে নিচে পতনের ক্ষেত্রে দূরত্ব হ্রাস পায় এবং কাজ ধনাত্মক হয়।

মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত ঋণাত্মক কাজ : উপরোক্ত সমীকরণ অনুযায়ী যদি $r_b > r_a$ হয় অর্থাৎ যদি দুটি কণার মধ্যে দূরত্ব বৃদ্ধি পায়, তাহলে $\frac{1}{r_b} < \frac{1}{r_a}$ হয়, সেক্ষেত্রে কাজ ঋণাত্মক হয়। নিচ থেকে কোনো বস্তুকে ওপরে উঠালে দূরত্ব বৃদ্ধি পায় ফলে মহাকর্ষ বলের জন্য কাজ ঋণাত্মক হয়।

কাজ : অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ এবং স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজের তফাৎ কোথায় ?

অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ দূরত্বের সমানুপাতিক অর্থাৎ $W \propto h$, অপর দিকে স্থিতিস্থাপক বলের বিপরীতে কাজ দূরত্বের বর্গের সমানুপাতিক অর্থাৎ $W \propto x^2$ হয়।

জানার বিষয় : I. অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ সরণের সমানুপাতিক, $W \propto x$ ($\because W = mgx$)

II. স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ সরণের বর্গের সমানুপাতিক, $W \propto x^2$ ($\because W = \frac{1}{2}kx^2$)

গাণিতিক উদাহরণ ৫.২

১। একটি ঘোড়া ভূমির সাথে 30° কোণে 120 N বল প্রয়োগে একটি বস্তুকে টেনে 2 ms^{-1} সমবেগে সরাতে পারে। 5 min এ ঘোড়াটি কত কাজ করবে ?

আমরা জানি,

$$W = Fs\cos\theta$$
$$= 120 \times 600 \times 0{\cdot}866$$
$$= 6{\cdot}35 \times 10^4 \text{ J}$$

এখানে,
$F = 120$ N
$t = 5$ min $= 5 \times 60$ s
$v = 2$ ms^{-1}
$s = vt = 2 \times 5 \times 60$ m $= 600$ m
$\theta = 30°$

২। অনুভূমিক তলের ওপর অবস্থিত একটি বস্তুকে স্প্রিং এর সাথে যুক্ত করা হলো। 2·4 N বল দ্বারা সাম্যাবস্থা হতে স্প্রিংটিকে 3 cm সংকুচিত করা হলো। স্প্রিং দ্বারা কৃত কাজ কত হবে ?

আমরা জানি,

কাজ, $W = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times (\cdot 03)^2$
$$= 3{\cdot}6 \times 10^{-2} \text{ J}$$

এখানে,
$F = 2{\cdot}4$ N
$x = 3$ cm $= 0{\cdot}03$ m
$K = \frac{F}{x} = \frac{2{\cdot}4}{0{\cdot}03} = 80$ Nm^{-1}
$W = ?$

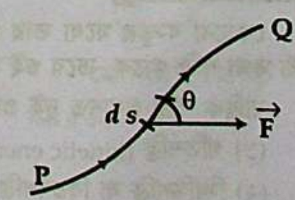
বক্রপথে চলমান কণার ওপর কৃত কাজ
Work done on a particle moving along a curved path

ধরা যাক, একটি কণা পরিবর্তনশীল বল $\vec{F}$-এর ক্রিয়ায় বক্রপথে চলছে [চিত্র ৫·১১]। কণাটির ওপর মোট কৃত কাজের পরিমাণ W।

চিত্রানুসারে কোনো ক্ষুদ্র সরণ $d\vec{s}$ হলে P থেকে Q পর্যন্ত সমগ্র পথটি অতিক্রম করানোর জন্য কণাটির ওপর মোট কৃত কাজের পরিমাণ,

$$W = \int_P^Q \vec{F}.d\vec{s} = \int_P^Q Fs\cos\theta\, d\theta \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.25)$$

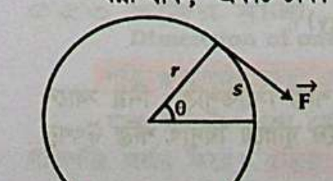
সমীকরণ (5.25)-এ F বা θ কোনোটিই ধ্রুব রাশি নয়।



চিত্র ৫·১১

ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে কৃত কাজ
Work done in rotation

ধরা যাক, একটি চাকা স্পর্শক বল $\vec{F}$ এর ক্রিয়ায় তার কেন্দ্রমুখি অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরছে। ধরা যাক, চাকাটি ওই বলের ক্রিয়ায় θ কোণে ঘুরে গেল [চিত্র ৫·১২]।



চিত্র ৫·১২

অতএব, বলের প্রয়োগ বিন্দুর রৈখিক সরণ,

$$s = r\theta$$

এখানে, r = চাকার ব্যাসার্ধ

সুতরাং, কৃত কাজ, $W = Fs = Fr\theta$

Fr হচ্ছে ঘূর্ণন বিন্দু সাপেক্ষে (θ রেডিয়ানে প্রকাশিত) বলের ভ্রামক বা টর্ক (τ)

$\therefore$ কৃত কাজ, $W = Fr\theta = \tau\theta$ ... ... (i)

অর্থাৎ কৃত কাজ = টর্ক × কৌণিক সরণ

এখন, টর্কের ক্রিয়ায় চাকার n সংখ্যক আবর্তন সম্পূর্ণ হলে,

কৃত কাজ, $W = \tau(2\pi n) = 2\pi\tau n$ জুল ... ... i(a)

৫.৫ শক্তি
Energy

কোনো বস্তু কাজ করতে সক্ষম হলে ধরে নিতে হবে তার শক্তি আছে। কোনো বস্তু মোট যে পরিমাণ কাজ করতে পারে তা দিয়ে বস্তুটির শক্তির পরিমাপ করা হয়। অর্থাৎ কৃত কাজ দিয়ে আমরা শক্তি পরিমাপ করতে পারি। কোনো বস্তু নিজে কাজ করলে বস্তুটির শক্তি কমে। যে বস্তুর ওপর কাজ করা হয় তার শক্তি বাড়ে। শক্তির ভর, ভার, আয়তন নেই। যার কাজ করার সামর্থ্য যত কম তার শক্তিও তত কম। অতএব বলা যায় কাজ শক্তির মাপকাঠি। যদি বলা হয় কোনো বস্তু W পরিমাণ কাজ করল, তবে বুঝতে হবে যে, তার ব্যয়িত শক্তির মান W। কোনো বস্তু বলের বিরুদ্ধে কাজ করলে তখন তা শক্তি হারায়। আবার বস্তুর ওপর বল ক্রিয়া করলে তা শক্তি লাভ করে।

সংজ্ঞা : কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে। কাজের মতো শক্তিও একটি স্কেলার রাশি।

শক্তির পরিমাণ = কৃত কাজ = প্রযুক্ত বল × বল প্রয়োগে বিন্দুর সরণ।

মোটর ইঞ্জিনে পেট্রোলের বাষ্প, বাষ্পীয় ইঞ্জিনে জলীয় বাষ্পের চাপ পিস্টন দ্বারা সৃষ্টি হয়। সুতরাং বাষ্পের শক্তি আছে। আবার বিদ্যুতেরও শক্তি আছে। এই শক্তিতেই ট্রেন ও কল-কারখানা চলে। শক্তি আছে বলে মহাবিশ্ব চলছে। শক্তি রূপ পরিবর্তন করতে পারে, কিন্তু শক্তি সৃষ্টি বা ধ্বংস করা যায় না। তাই রূপান্তর প্রক্রিয়ায় মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। এ সম্পর্কে শক্তির নিত্যতার সূত্রে আমরা বিস্তারিত জানব। শক্তির বিভিন্ন রূপ আছে যেমন—

(i) যান্ত্রিক শক্তি (Mechanical energy)
(ii) তাপ শক্তি (Heat energy)
(iii) আলোক শক্তি (Light energy)
(iv) শব্দশক্তি (Sound energy)
(v) চৌম্বক শক্তি (Magnetic energy)
(vi) তড়িৎ শক্তি (Electrical energy)
(vii) রাসায়নিক শক্তি (Chemical energy)
(viii) পারমাণবিক শক্তি (Nuclear energy)
(ix) সৌর শক্তি (Solar energy)

এই অধ্যায়ে আমরা যান্ত্রিক শক্তি আলোচনা করব।

যান্ত্রিক শক্তি
Mechanical energy

কোনো বস্তুর মধ্যে তার পারিপার্শ্বিক অবস্থা বা অবস্থানের সাপেক্ষে অথবা গতির জন্য যদি কাজ করার যে সামর্থ্য তথা শক্তি থাকে, তবে ওই শক্তিকে যান্ত্রিক শক্তি বলে।

যান্ত্রিক শক্তি প্রধানত দুই প্রকার। যথা—

(১) গতিশক্তি (kinetic energy) এবং

(২) স্থিতিশক্তি বা বিভবশক্তি (potential energy)।

৫.৫.১ শক্তির রূপান্তর
Transformation of energy

এই মহাবিশ্ব জুড়ে শক্তি বিভিন্ন রূপে বিরাজিত। বিভিন্ন প্রকার শক্তি পরস্পরের সাথে সম্পর্কযুক্ত। এক শক্তিকে অন্য শক্তিতে রূপান্তর সম্ভব এবং এর নামই শক্তির রূপান্তর (Transformation of energy)।

শক্তি রূপান্তরের কয়েকটি উদাহরণ নিম্নে প্রদত্ত হলো।

(১) পানি উচ্চ স্থান হতে নিম্ন স্থানে প্রবাহিত হয়। উচ্চ স্থানে থাকার সময় তার শক্তি স্থিতিশক্তি। নিম্ন স্থানে প্রবাহিত হবার সময় স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এই গতিশক্তির সাহায্যে টারবাইন ঘুরিয়ে বিদ্যুৎ শক্তি উৎপন্ন করা হয়। অর্থাৎ যান্ত্রিক শক্তি বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

(২) বিদ্যুৎ শক্তি যখন বৈদ্যুতিক বাতির মধ্য দিয়ে প্রবাহিত হয় তখন আমরা আলো পাই। এক্ষেত্রে বিদ্যুৎ শক্তি আলোক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

(৩) বৈদ্যুতিক ইস্ত্রিতে তড়িৎ বা বিদ্যুৎ চালনা করে তাপ উৎপন্ন করা হয়। এই তাপের সাহায্যে কাপড়-চোপড় ইস্ত্রি করা হয়। এক্ষেত্রে **বিদ্যুৎ শক্তি তাপ শক্তিতে এবং তাপ শক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

বৈদ্যুতিক পাখার মধ্য দিয়ে বিদ্যুৎ প্রবাহিত করলে পাখা ঘুরতে থাকে। এ স্থলেও **বৈদ্যুতিক শক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(৪) একটি কাঁচা লোহার ওপর অন্তরীত (insulated) তামার তার জড়িয়ে বিদ্যুৎ চালনা করলে লোহার পাতটি চুম্বকে পরিণত হয়। এক্ষেত্রে **বিদ্যুৎ শক্তি চুম্বক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(৫) ক্যালসিয়াম, পটাসিয়াম, রুবিডিয়াম প্রভৃতি ধাতুর ওপর আলো পড়লে ইলেকট্রন নির্গত হতে দেখা যায়। ফটো-ইলেকট্রিক কোষ এই নীতির ওপর প্রতিষ্ঠিত। এরূপ একটি কোষে আলো ফেলে বিদ্যুৎ প্রবাহ তৈরি করা হয়। এক্ষেত্রে **আলোক শক্তি বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(৬) দুই হাতের তালু পরস্পরের সাথে ঘষলে তাপ উৎপন্ন হয়। এক্ষেত্রে **যান্ত্রিক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(৭) ফটোগ্রাফিক ফিল্মের ওপর আলোক সম্পাত করে রাসায়নিক ক্রিয়ার মাধ্যমে আলোক চিত্র তৈরি করা হয়। এক্ষেত্রে **আলোক শক্তি রাসায়নিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(৮) ওষুধের কারখানায় শ্রবণোত্তর বা শব্দোত্তর তরঙ্গের সাহায্যে জীবাণু ধ্বংস করা হয় এবং কর্পূরকে পানিতে দ্রবণীয় করা হয়। এ ছাড়া শব্দোত্তর তরঙ্গ দ্বারা বস্ত্রাদির ময়লাও পরিষ্কার করা হয়। এসব ক্ষেত্রে **শব্দ শক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(৯) আমরা জানি বৈদ্যুতিক ঘণ্টা বিদ্যুতের সাহায্যে চলে। টেলিফোনও বিদ্যুতের সাহায্যে চলে। দুই ক্ষেত্রেই আমরা শব্দ শুনতে পাই। এস্থলে **বিদ্যুৎ শক্তি শব্দ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(১০) কয়লা পোড়ালে তাপ উৎপন্ন হয়। রাসায়নিক ক্রিয়ার ফলে এটি ঘটে। এক্ষেত্রে **রাসায়নিক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(১১) বিদ্যুৎ কোষে রাসায়নিক দ্রব্যের বিক্রিয়ার ফলে বিদ্যুৎ উৎপন্ন হয়। এক্ষেত্রে **রাসায়নিক শক্তি তড়িৎ বা বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

শক্তি যখন একরূপ হতে অন্যরূপে পরিবর্তিত হয় তখন এর কোনো ঘাটতি বা বাড়তি ঘটে না। অর্থাৎ শক্তির বিনাশ ও সৃষ্টি উভয়ই অসম্ভব। যখন এক প্রকার শক্তি বিলুপ্ত হয় তখন তা অন্যরূপে আত্মপ্রকাশ করে। **এর নাম শক্তির নিত্যতা বা শক্তির অবিনশ্বরতা** (Conservation of Energy)। **এ সম্পর্কে একটি সূত্র বা বিধি আছে। এর নাম শক্তির নিত্যতা সূত্র বা শক্তির নিত্যতা বিধি। একে শক্তির সংরক্ষণ সূত্রও বলা হয়।**

মডেল তৈরি : মাথায় দেওয়া একটি ক্যাপের ওপর সামনের দিকে একটি আয়তাকার সোলার প্যানেল বসাও। সোলার প্যানেলের সাথে সংযোগকারী তার ও ইলেকট্রনিক সংযোগের মাধ্যমে মোবাইল ফোন এবং চার্জিং করার পয়েন্ট প্রবেশ করাও। ক্যাপ মাথায় দিয়ে চলাফেরা করলে সৌরশক্তির মাধ্যমে মোবাইল ফোন চার্জিত হবে [চিত্র ৫.১৩]। এক্ষেত্রে সৌরশক্তি বিদ্যুৎশক্তিতে রূপান্তরিত হচ্ছে।

চিত্র ৫.১৩

৫.৫.২ শক্তির একক
Unit of energy

যেহেতু কৃত কাজ দিয়েই শক্তির পরিমাপ করা হয় সুতরাং কাজ ও শক্তির একক একই। অর্থাৎ এস. আই. (SI) পদ্ধতিতে শক্তির একক জুল (J)।

৫.৫.৩ শক্তির মাত্রা
Dimension of energy

শক্তি ও কাজের মাত্রা একই, $[E] = [ML^2T^{-2}]$

বস্তু গতিশীল হলে সেটি গতিশক্তি অর্জন করে। যেমন m ভরের বস্তু v বেগে গতিশীল হলে $\frac{1}{2}mv^2$ পরিমাণ গতিশক্তি অর্জন করে। শক্তির সবচেয়ে সাধারণ রূপ হচ্ছে যান্ত্রিক শক্তি। কোনো বস্তুর অবস্থান বা গতির কারণে তার মধ্যে যে শক্তি থাকে তাকে যান্ত্রিক শক্তি বলে। যান্ত্রিক শক্তি দুই প্রকার; যথা— (i) গতিশক্তি (Kinetic energy) ও (ii) স্থিতিশক্তি (Potential energy)। এই অধ্যায়ে এ বিষয়ে আলোচনা করব।

নিজে কর : তোমার পড়ার টেবিলে একটি বইকে একটি কলমের দিকে জোরে ঠেলা দাও। কী দেখতে পাবে? কলমটি গতিশীল হলো। কেন গতিশীল হলো ব্যাখ্যা কর।

এক্ষেত্রে কলমটির মধ্যে কাজ করার সামর্থ্য তথা গতিশক্তি জন্মাল। তাই কলমটি সামনের দিকে সরে গেল।

অনুধাবনমূলক কাজ : সমবেগে গতিশীল বস্তুর ক্ষমতা বেগের ওপর নির্ভর করে কি-না ?

নিউটনের প্রথম সূত্রানুযায়ী সমবেগে গতিশীল রাখতে কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল বল শূন্য হয়। তাই এক্ষেত্রে কোনো কাজ সম্পন্ন হয় না। তাই সমবেগে গতিশীল বস্তুর ক্ষমতা শূন্য হয় যা বেগের ওপর নির্ভরশীল নয়।

৫.৬ গতিশক্তি
Kinetic energy

হাতুড়ি দিয়ে দেয়ালে পেরেক ঠুকলে হাতুড়ি তীব্র বেগে পেরেককে আঘাত করে। তখন পেরেকটি দেয়ালের বাধা অতিক্রম করে ঢুকে যায়। হাতুড়ি তার গতির জন্যই এই কাজ করতে সক্ষম হয় অর্থাৎ হাতুড়িটির গতিশক্তির জন্যই পেরেকটি দেয়ালের বাধা অতিক্রম করতে পারে। তোমরা নদীতে পাল তোলা নৌকা চলতে দেখেছ। নদীর স্রোতের গতিশক্তি নৌকাকে ভাসিয়ে নিয়ে যায়। জোরে বাতাস বইলে পাল টাঙালে নৌকা এগিয়ে যেতে পারে। বায়ু প্রবাহের গতিশক্তিকে পাল টাঙিয়ে কাজে লাগিয়ে নৌকা এভাবে এগোয়।

পাহাড় পর্বত থেকে সমতলে নামার সময় নদী অত্যন্ত খরস্রোতা হয়। স্রোতের গতিশক্তি খুব বেশি বলে নদী বড় বড় পাথর খণ্ডকে গড়িয়ে নিয়ে যায়।

আবার হাই জাম্প বা লং জাম্প দেওয়ার সময় প্রতিযোগীরা স্থির অবস্থা থেকে লাফ দেয় না, কিছু দূর থেকে দৌড়ে এসে লাফ দেয়। ফলে লাফ দিয়ে অনেক দূর যেতে পারে।

ওপরের সকল ঘটনা লক্ষ করলে দেখা যায় যে, বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করে কোনো সচল বস্তুকে থামালে থেমে যাওয়ার আগের মুহূর্ত পর্যন্ত বস্তুটি ওই বলের বিরুদ্ধে মোট যে পরিমাণ কাজ করে তাই দিয়ে বস্তুটির গতিশক্তির পরিমাপ করা যায়।

কোনো গতিশীল বস্তু তার গতির জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য বা শক্তি লাভ করে তাকে বস্তুটির গতিশক্তি বলে। যে কোনো সচল বস্তুর মধ্যে গতিশক্তি থাকে।

একক : গতিশক্তি ও কাজের একক একই। অর্থাৎ গতিশক্তির একক জুল।

মাত্রা : $[E_k] = [\frac{1}{2}mv^2]$

$$= [M]\,[LT^{-1}]^2 = [ML^2T^{-2}]$$

কোনো বস্তুর গতি চলন ও ঘূর্ণন অথবা চলন-ঘূর্ণন মিলিয়ে জটিল গতিও হতে পারে। অতএব বস্তুর গতিশক্তি রৈখিক গতিশক্তি (translational kinetic energy) বা ঘূর্ণন গতিশক্তি (rotational kinetic energy) বা এই দুই ধরনের গতিশক্তিই হতে পারে। বিনা বাধায় পতনশীল বস্তুর গতিশক্তি হলো রৈখিক গতিশক্তি। ঘুরন্ত বৈদ্যুতিক পাখার গতিশক্তি হলো আবর্ত বা ঘূর্ণন গতিশক্তি। গাড়ির চাকায় এবং ফুটবলে রৈখিক ও আবর্ত দুই ধরনের গতিশক্তি থাকে।

উদাহরণ :

(১) পাথরকে কাচের সঙ্গে ঠেকিয়ে রাখলে কিছু হয় না, কিন্তু পাথর ছুড়ে মারলে কাচ ভেঙ্গে যায়। গতির জন্য পাথরটি ওই কাজ করার সামর্থ্য পায়।

(২) হাতুড়ি দিয়ে দেয়ালে পেরেক ঠুকলে হাতুড়ি তীব্র বেগে পেরেককে আঘাত করে। তখন পেরেকটি দেওয়ালের বাধা অতিক্রম করে ঢুকে যায়। হাতুড়ি তার গতির জন্যই এ কাজ করতে সক্ষম হয়। অর্থাৎ হাতুড়িটির গতিশক্তির জন্যই পেরেকটি দেওয়ালের বাধা অতিক্রম করতে পারে।

(৩) পাহাড় পর্বত থেকে সমতলে নামার সময় নদী অত্যন্ত খরস্রোতা হয়। স্রোতের গতিশক্তি খুব বেশি বলে বড় বড় পাথর খণ্ডকে গড়িয়ে নিয়ে যায়।

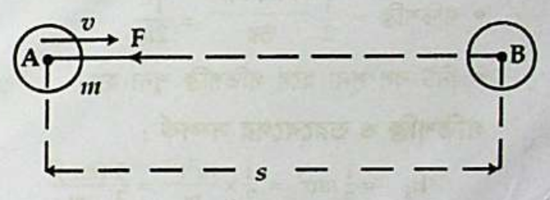
নিজে কর : নদীতে পালহীন একটি নৌকা এবং পালতোলা আর একটি নৌকা পাশাপাশি ভাসিয়ে দাও। জোরে বাতাস বইলে তুমি কী দেখতে পাবে? তুমি দেখবে পালতোলা নৌকা পালহীন নৌকা অপেক্ষা দ্রুত চলছে। এর কারণ ব্যাখ্যা কর।

নদীর স্রোতের গতিশক্তি নৌকাকে ভাসিয়ে নিয়ে যায়। বায়ু প্রবাহের গতিশক্তিকে পাল টাঙিয়ে কাজে লাগিয়ে নৌকা এভাবে এগোয়।

৫.৬.১ গতিশক্তির রাশিমালা প্রতিপাদন
Derivation of equation for kinetic energy

রৈখিক গতির ক্ষেত্রে : গতিশীল বস্তু স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাই গতিশক্তির পরিমাপ।

মনে করি, 'm' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু AB বরাবর v বেগে চলছে। গতির বিপরীত দিকে BA বরাবর তার ওপর F পরিমাণ ধ্রুব বল প্রয়োগ করা হলো। এতে সম-মন্দনের সৃষ্টি হবে। মনে করি, সম-মন্দন $= a$ এবং বস্তুটি A হতে s দূরত্ব অতিক্রম করার পর B বিন্দুতে এসে থেমে গেল। এ ক্ষেত্রে শেষ বেগ $v = 0$।



চিত্র ৫.১৪

$\therefore$ গতিশক্তি $=$ স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত কাজ

$=$ বল $\times$ স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত অতিক্রান্ত দূরত্ব $= F \times s$

নিউটনের ২য় গতি সূত্র হতে আমরা জানি, বল = ভর × ত্বরণ বা মন্দন $\therefore F = ma$

বর্ণনা অনুসারে, $0 = v^2 - 2as$

বা, $2as = v^2$ বা, $s = \dfrac{v^2}{2a}$

ওপরের সমীকরণে F এবং s-এর মান বসিয়ে আমরা পাই,

গতিশক্তি $= ma \times \dfrac{v^2}{2a} = \dfrac{1}{2} mv^2$ বা, K. E. $= \dfrac{1}{2} mv^2$

অর্থাৎ গতিশক্তি (K. E.) $= \dfrac{1}{2} m v^2 = \dfrac{1}{2} \times$ ভর $\times$ বেগ^2 ... ... (5.26)

ক্যালকুলাস পদ্ধতি : মনে করি, বস্তুর ওপর একটি পরিবর্তনশীল বল F ক্রিয়া করায় প্রযুক্ত বলের অভিমুখে সরণ হলো ds। অতএব, প্রযুক্ত বল দ্বারা কাজ

$$dW = Fds$$

$$= mads \qquad \left[\because F = ma \text{ এবং } a = \frac{dv}{dt}\right]$$

$$= m\frac{dv}{dt} ds$$

$$= m\frac{dv}{ds} \times \frac{ds}{dt} \times ds$$

$$= m\frac{ds}{dt} \times \frac{dv}{ds} \times ds = mvdv \qquad \left[\because v = \frac{ds}{dt}\right]$$

$$\therefore dW = mvdv \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.27)$$

বস্তুর বেগ শূন্য থেকে বেড়ে v হলে প্রযুক্ত বল মোট যে কাজ করে তা দিয়ে বস্তুর গতিশক্তির পরিমাপ করা হয়। সুতরাং সমীকরণ (5.27) কে 0 এবং v, এই দুই সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

বস্তুর গতিশক্তি, $E_k = W = \int_0^v dW = m\int_0^v vdv = m\left[\frac{v^2}{2}\right]_0^v$

$$= \frac{1}{2} m (v^2 - 0)$$

$\therefore E_k = \frac{1}{2} mv^2$, এখানে m = ধ্রুবক ... ... (5.28)

$\therefore$ গতিশক্তি $= \frac{1}{2} \times$ ভর $\times$ বেগ^2

ইহাই গতিশক্তির রাশিমালা।

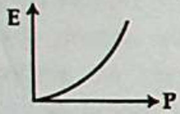
সমীকরণ (5.28) থেকে আমরা সিদ্ধান্তে আসতে পারি যে,

- কোনো মুহূর্তে গতিশক্তি হলো ওই মুহূর্তে বস্তুর বেগের বর্গ ও ভরের গুণফলের অর্ধেক।
- নির্দিষ্ট ভরের কোনো বস্তুর গতিশক্তি $E_k \propto v^2$ অর্থাৎ বেগের বর্গের সমানুপাতিক।
- গতিশক্তি $= \frac{1}{2}\frac{(\text{ভরবেগ})^2}{\text{ভর}} = \frac{P^2}{2m}$
- নিট বল শূন্য হলে গতিশক্তি শূন্য হয়।

গতিশক্তি ও ভরবেগের সম্পর্ক :

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times\frac{m^2v^2}{m} = \frac{1}{2}\frac{(mv)^2}{m}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{P^2}{m} \qquad [\because \text{ভরবেগ, } P = mv]$$



চিত্র ৫˙১৫

$$\therefore \text{ গতিশক্তি} = \frac{1}{2}\times\frac{(\text{ভরবেগ})^2}{\text{ভর}}$$

বা, $E_k \propto P^2$ অর্থাৎ গতিশক্তি ভরবেগের বর্গের সমানুপাতিক। ভরবেগ ও গতিশক্তির পরিবর্তনের লেখচিত্র হলো—

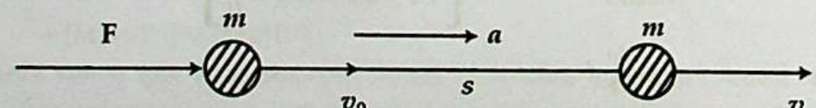
৫˙৭ কাজ-শক্তি উপপাদ্য
Work-energy theorem

কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল কর্তৃক কৃত কাজ তার গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

প্রতিপাদন : মনে করি *'m'* ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু 'v_0' আদি বেগে চলছে। গতির দিকে নির্দিষ্ট মানের একটি বল F বস্তুর ওপর প্রয়োগ করলে বস্তুর বেগ বৃদ্ধি পাবে। ফলে বস্তু শক্তি লাভ করবে। মনে করি s দূরত্ব অতিক্রম করার পর শেষ বেগ 'v' হলো। তা হলে কৃত কাজ, $W = F\times s$।

বল কর্তৃক সৃষ্ট ত্বরণ, $a = \frac{F}{m} = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} \qquad [\because v^2 = v_0^2 + 2as]$

বা, $F = ma = m\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2s}\right)$



চিত্র ৫˙১৬

$$\therefore \text{ কৃত কাজ, } W = F\times s = m\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2s}\right)\times s = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$\therefore W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (5.29)$$

$$= \text{শেষ গতিশক্তি} - \text{আদি গতিশক্তি।}$$

$\therefore$ **বলের দ্বারা কৃত কাজ = শক্তি লাভ = গতিশক্তির পরিবর্তন**

সুতরাং কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল কর্তৃক কৃত কাজ তার গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান। এটি **'কাজ-শক্তি উপপাদ্য'** নামে পরিচিত। সমীকরণ (5.29) উপপাদ্যটি প্রমাণ করে।

[**বি.দ্র.** পরিবর্তনশীল বলের ক্ষেত্রেও উপপাদ্যটি প্রযোজ্য।]

বিকল্প পদ্ধতি

ধরা যাক m ভরের একটি বস্তুকণা A বিন্দু থেকে AB পথে B বিন্দুতে যায়। এই AB পথের একটি ক্ষুদ্র অংশ $\vec{ds}$ ভেক্টর দ্বারা সূচিত করা হয়েছে [চিত্র ৫˙১৭]। কণাটির উপর $\vec{ds}$ সরণের সময় ক্রিয়াশীল বল $\vec{F}$ হয়, তবে কৃত কাজ,

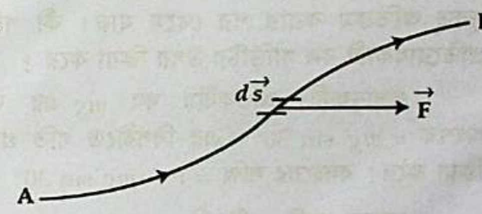
$$dW = \vec{F}.\vec{ds}$$

সুতরাং সম্পূর্ণ পথ AB-এর জন্য কৃত কাজ,

$$W = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F}.\vec{ds} = \int_A^B m\vec{a}.\vec{ds} \quad [\because \vec{F} = m\vec{a}]$$

বা, $$W = m\int_A^B \frac{\vec{dv}}{dt}.\vec{ds} = m\int_A^B \vec{dv}.\frac{\vec{ds}}{dt}$$

$$= m\int_A^B \vec{dv}.\vec{v} = m\int_A^B v\,dv$$



চিত্র ৫.১৭

A ও B বিন্দুতে কণাটির বেগ যথাক্রমে v_a ও v_b হলে.

$$W = m\int_{v_a}^{v_b} v\,dv = \frac{1}{2}m\,[v^2]_{v_a}^{v_b}$$

$$= \frac{1}{2}m\,(v_b^2 - v_a^2)$$

$$= \frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2$$

অর্থাৎ কৃত কাজ = কণাটির গতিশক্তির পরিবর্তন।

এই সম্পর্কটিই কাজ-শক্তি বা কাজ-গতিশক্তি উপপাদ্য।

উল্লেখ্য, বল স্থির হোক বা পরিবর্তনশীল হোক, কৃত কাজ সর্বদাই কণাটির গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান হবে।

কাজটি যাচাই কর : হাই জাম্প বা লং জাম্প দেওয়ার সময় প্রতিযোগীরা স্থির অবস্থা থেকে লাফ দেয় না, কিছু দূর থেকে দৌড়ে এসে লাফ দেয়। ফলে অনেক দূর লাফ দেওয়া যায়। ব্যাখ্যা কর।

সমস্যা সমাধান
Solution of problems

১। গতিশক্তি কি ঋণাত্মক হতে পারে ?

কোনো সচল বস্তুর ভর m এবং বেগ v হলে বস্তুর গতিশক্তি $\frac{1}{2}mv^2$। বস্তুর ভর m কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না। বস্তুর বেগ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে, কিন্তু বেগের বর্গ সবসময় ধনাত্মক হবে। অতএব বস্তুর গতিশক্তি কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না।

২। একটি হালকা বস্তু এবং একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান। কোনটির গতিশক্তি বেশি ?

মনে করি, ভারী বস্তুর ভর = M এবং বেগ v_1 এবং হালকা বস্তুর ভর = m এবং বেগ = v_2। বস্তু দুটির ভরবেগ সমান হলে,

$$Mv_1 = mv_2 = P$$

$$\therefore \frac{\text{হালকা বস্তুর গতিশক্তি}}{\text{ভারী বস্তুর গতিশক্তি}} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}Mv_1^2} = \frac{P^2/2m}{P^2/2M} = \frac{M}{m}$$

$\therefore$ m অপেক্ষা M বড় হলে $(M > m)$ হালকা বস্তুর গতিশক্তি ভারী বস্তুর গতিশক্তির চেয়ে বেশি হবে।

৩। একটি হালকা বস্তু এবং একটি ভারী বস্তুর গতিশক্তি সমান। কোনটির ভরবেগ বেশি ?

মনে করি, ভারী বস্তুর ভর M ও বেগ v_1 এবং হালকা বস্তুর ভর m ও বেগ v_2। অতএব ভারী বস্তুর ভরবেগ $P_1 = Mv_1$ এবং হালকা বস্তুর ভরবেগ $P_2 = mv_2$। কিন্তু দুটি বস্তুর গতিশক্তি সমান।

$$\therefore \quad \frac{1}{2}Mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

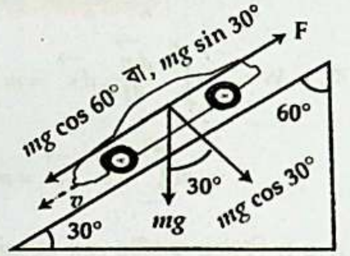
$$\therefore \quad \frac{P_1^2}{2M} = \frac{P_2^2}{2m}$$

$$\therefore \quad \frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{M}{m}}$$

m অপেক্ষা M বড় হলে $(M > m)$ ভারী বস্তুর ভরবেগ হালকা বস্তুর ভরবেগের চেয়ে বেশি হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৩

১। 2000 kg ভরের একটি গাড়ি ভূমির সাথে 30° কোণে আনত একটি রাস্তা ধরে 16 ms^{-1} বেগে নিচে নামার সময় গাড়ির চালক ব্রেক প্রয়োগ করায় গাড়িটি 40 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর থেমে যায়। কী পরিমাণ গতি প্রতিরোধকারী বল গাড়িটির উপর ক্রিয়া করে ?



প্রশ্নানুযায়ী, অভিকর্ষীয় বল mg এর তল বরাবর অংশক $= mg \sin 30°$। এর বিপরীতে গতি প্রতিরোধ বল ক্রিয়া করে। বলদ্বয়ের লব্ধি $= F - mg \sin 30°$

আমরা জানি, গতিশক্তি = কাজ

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = (F - mg \sin 30°) \times s$$

বা, $$\frac{1}{2} \times 2000 \times (16)^2 = (F - 2000 \times 9{\cdot}8 \times \frac{1}{2}) \times 40$$

$$\therefore \quad F = \frac{2000 \times (16)^2}{2 \times 40} + 2000 \times 9{\cdot}8 \times \frac{1}{2} = 16200 \text{ N}$$

এখানে,
$m = 2000$ kg
$v_0 = 16$ ms^{-1}
$s = 40$ m
$g = 9{\cdot}8$ ms^{-2}

২। একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তা ভেদ করে। যদি গুলির বেগ তিনগুণ করা হয় তা হলে একই পুরুত্বের কয়টি তক্তা ভেদ করবে ? [রা. বো. ২০০৪]

এখানে,
ধরি, গুলির ভর $= m$
1টি তক্তার পুরুত্ব $= x$
নির্ণেয় তক্তার সংখ্যা $= n$
$\therefore$ nটি তক্তার পুরুত্ব $= nx$
প্রথম গুলির বেগ $= v_1$
দ্বিতীয় গুলির বেগ $= v_2 = 3v_1$

আমরা জানি,

কৃত কাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

১ম ক্ষেত্রে,

$$max = \frac{1}{2} mv_1^2 - 0 = \frac{1}{2} mv_1^2$$

২য় ক্ষেত্রে,

$$ma.nx = \frac{1}{2} mv_1^2 - 0 = \frac{1}{2} m\,(3v_1)^2$$

$$= \frac{9}{2}\, mv_1^2$$

অতএব, $$\frac{max}{ma.nx} = \frac{\frac{1}{2} mv_1^2}{\frac{9}{2}\, mv_1^2}$$

বা, $$\frac{1}{n} = \frac{1}{9}$$

$$\therefore \quad n = 9$$

বিকল্প :

১ম ক্ষেত্রে, $\frac{1}{2} mv^2 =$ কাজ $= mgx$ ... ... (i)

২য় ক্ষেত্রে, $\frac{1}{2} m(3v)^2 = mg \times nx$ ... ... (i)

সমীকরণ (ii)-কে সমীকরণ (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{\frac{1}{2} m\, 9v^2}{\frac{1}{2} mv^2} = \frac{mgnx}{mgx}$$

$\therefore \quad n = 9$ টি

৩। 2000 কেজি ভরের একটি ট্রাকের ভরবেগ 200 kg ms⁻¹ হলে এর গতিশক্তি কত ?

আমরা জানি,

$$E_k = \frac{P^2}{2m} = \frac{(200)^2}{2 \times 2000} = 10\ \text{J}$$

এখানে,

$m = 2000$ kg

$P = 200$ kg ms^{-1}

৪। 2 kg ভরের একটি বস্তু 30 m উচ্চতা সম্পন্ন একটি বিল্ডিং-এর ছাদ থেকে নিচে ফেলে দেয়া হলো। (i) বস্তুটির প্রাথমিক স্থিতিশক্তি, (ii) বস্তুটি যে বেগে ভূমি স্পর্শ করে, (iii) বস্তুটি সর্বোচ্চ গতিশক্তি এবং (iv) ভূমি হতে 3 m উঁচুতে বস্তুটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর।

(i) বস্তুটির প্রাথমিক স্থিতিশক্তি $= mgh = 2 \times 9{\cdot}8 \times 30 = 588$ J

(ii) মনে করি, বস্তুটি v বেগে ভূমি স্পর্শ করে।

এখন, ছাদে থাকাকালীন বস্তুটির স্থিতিশক্তি = ভূমি স্পর্শ করার সময় বস্তুটির গতিশক্তি অর্থাৎ $mgh = \frac{1}{2}mv^2$

$\therefore \quad 588 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2$

বা, $v^2 = 588$

$\therefore \quad v = \sqrt{588} = 24{\cdot}25$ ms^{-1}

(iii) বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি = বস্তুটির প্রাথমিক স্থিতিশক্তি

অতএব, বস্তুর সর্বোচ্চ গতিশক্তি = 588 J

(iv) ভূমি হতে 3 m উঁচুতে বস্তুটির স্থিতিশক্তি $= 2 \times 9{\cdot}8 \times 3 = 58{\cdot}8$ J

ওই স্থানে বস্তুটির গতিশক্তি = স্থিতিশক্তি হ্রাস $= 588 - 58{\cdot}8 = 529{\cdot}2$ J

৫। একজন বালক ও একজন লোক একত্রে দৌড়াচ্ছেন। বালকটির ভর লোকটির ভরের অর্ধেক এবং লোকটির গতিশক্তি বালকটির গতিশক্তির অর্ধেক। লোকটি যদি তার বেগ 1 ms⁻¹ বৃদ্ধি করেন তবে তার গতিশক্তি বালকটির গতিশক্তির সমান হয়। এদের আদিবেগ নির্ণয় কর। [রা. বো. ২০১১, ২০০৩; সি. বো. ২০০৩]

গতিশক্তির সমীকরণ থেকে পাই,

বালকের গতিশক্তি, $KE_1 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$

এবং লোকটির গতিশক্তি,

$$KE_2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2m_1v_2^2$$

$$= m_1 v_2^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (ii)$$

এখানে, বালকের ভর $= m_1$

লোকের ভর, $m_2 = 2m_1$

বালকের আদিবেগ, $v_1 = ?$

লোকের আদিবেগ, $v_2 = ?$

লোকের শেষ বেগ, $v_2' = v_2 + 1$

প্রশ্নমতে লোকটির গতিশক্তি $= \frac{1}{2}$ (বালকের গতিশক্তি)

$$m_1v_2^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_1v_1^2\right)$$

$$\therefore \quad 2m_1v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (iii)$$

আবার, $v_2' = v_2 + 1$ হলে প্রশ্নমতে $\frac{1}{2}m_1v_1^2 = m_1(v_2+1)^2$

সমীকরণ (iii) থেকে প্রাপ্ত, $\frac{1}{2}m_1v_1^2$ এর মান বসিয়ে পাই,

$$2m_1v_2^2 = m_1(v_2+1)^2$$

বা, $2v_2^2 = v_2^2 + 2v_2 + 1$

বা, $v_2^2 - 2v_2 - 1 = 0$

$$\therefore \quad v_2 = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

বেগ ধনাত্মক বলে, $v_2 = 1 + \sqrt{2} = 2.41 \text{ ms}^{-1}$

সমীকরণ (iii) হতে পাই,

$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 2\, m_1 v_2^2$

বা, $v_1^2 = 4 \times (2.41)^2$

বা, $v_1 = \sqrt{23.2324}$

$\therefore \quad v_1 = 4.82 \text{ ms}^{-1}$

উত্তর : বালকের আদি বেগ 4.82 ms^{-1} এবং লোকের আদি বেগ 2.41 ms^{-1}

৬। 1 km উঁচুতে অবস্থিত একটি বিমান হতে 500 g ভরের একটি বোমা ফেলে দেওয়া হলো। ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত হবে ?

আমরা জানি,

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad \dots \quad \dots \quad \text{(i)}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gs = 0 + 2 \times 9.8 \times 10^3 \text{ m}$$

$$= 19600 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$$

$$\therefore \quad E_k = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 19600 = 4900 \text{ J}$$

এখানে,
ভর, $m = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg}$
সরণ, $h = 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$
$E_k = ?$
$v_0 = 0$

৭। 1 kg ভরের একটি বোমা ভূমি হতে 1 km ওপরে অবস্থিত একটি বোমারু বিমান থেকে ফেলে দেওয়া হলো। ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত ?

আমরা জানি,

ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে বেগ v হলে,

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

কিন্তু $v^2 = v_0^2 + 2gs$

বা, $v^2 = 0 + 2 \times 9.8 \times 10^3$

$= 19600 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$

$$\therefore \quad K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 19600 = 9800 \text{ J}$$

এখানে,
ভর, $m = 1 \text{ kg}$
উচ্চতা, $h = 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$
গতিশক্তি, $K = ?$

৮। 6 kg ওজনের একটি ব্লক মসৃণ অনুভূমিক টেবিলের ওপর 3 ms^{-1} বেগে চলাকালীন অবস্থায় একটি স্প্রিংকে আঘাত করল এবং স্থিরাবস্থায় এল। স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক 25 Nm^{-1} হলে স্প্রিংটি কতটা সঙ্কুচিত হবে ?

আমরা জানি,

ব্লকের গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times (3)^2 = 27 \text{ J}$

এখানে,
ব্লকের ভর, $m = 6 \text{ kg}$
ব্লকের বেগ, $v = 3 \text{ ms}^{-1}$
বল ধ্রুবক, $K = 25 \text{ Nm}^{-1}$

এই গতিশক্তি স্প্রিংটিকে সঙ্কুচিত করতে ব্যয়িত হয়।

এখন, স্প্রিং-এর সংকোচন x হলে, আমরা পাই,

$$\frac{1}{2} K x^2 = 27$$

$$\therefore \quad x = \sqrt{\frac{27 \times 2}{25}} = 1.47$$

৯। ভূমি হতে 5 m উঁচু স্থান থেকে 2 kg ভরের একটি বস্তু 3 ms⁻¹ বেগে খাড়া ওপরের দিকে উৎক্ষেপণ করা হলো। ভূমি স্পর্শ করার ঠিক আগের মুহূর্তে বস্তুটির গতিশক্তি কত ?

ধরা যাক, ভূমি স্পর্শ করার আগের মুহূর্তে বস্তুটির বেগ $= v$

বস্তুটি যখন প্রক্ষেপণ বিন্দুতে ফিরে আসে তখন এর বেগ $3\ ms^{-1}$ (নিচের দিকে)।

অতএব,

$$v^2 = u^2 + 2gh$$
$$= (3)^2 + 2 \times 9.8 \times 5$$
$$= 9 + 98 = 107\ (ms^{-1})^2$$

এখানে,
$h = 5\,m$
$u = 3\,ms^{-1}$
$m = 2\,kg$
$E = ?$

সুতরাং, ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে বস্তুর গতিশক্তি,

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 107 = 107\ J$$

১০। একটি বস্তুর ওপর একটি স্থির বল, $F = (\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k})$ N ক্রিয়া করছে। নিম্নোক্ত ক্ষেত্রগুলিতে কৃত কাজ নির্ণয় কর : (i) Z-অক্ষ বরাবর 3 m সরণ হলে এবং (ii) Y-অক্ষ বরাবর 4 m সরণ হলে।

(i) এখানে, Z-অক্ষ বরাবর সরণ $s = 3\hat{k}$m

$\therefore$ কৃত কাজ, $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) \cdot 3\hat{k} = 9\ J$

(ii) Y-অক্ষ বরাবর বস্তুটির সরণ $s = 4\hat{j}$ m

$\therefore$ কৃত কাজ, $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) \cdot 4\hat{j} = -8\ J$

৫.৮ স্থিতিশক্তি বা বিভবশক্তি
Potential energy

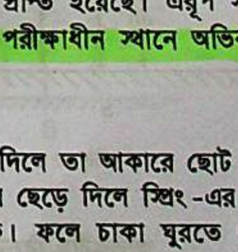
বস্তু তার অবস্থানের জন্য যে শক্তি অর্জন করে অথবা বস্তুস্থিত কণাসমূহের পারস্পরিক অবস্থান পরিবর্তনের জন্য বস্তু যে শক্তি অর্জন করে তাকে বস্তুর স্থিতিশক্তি বা বিভবশক্তি বলে।

ধর এক খণ্ড ইট ছাদের ওপর উঠিয়ে রেখে দিলে, আবার মোটরের সাহায্যে পানি তুলে ছাদের ওপর রক্ষিত একটি ট্যাংকে রেখে দিলে। উভয় ক্ষেত্রে দেখা যাবে যে ইট এবং পানি কম-বেশি শক্তি প্রাপ্ত হয়েছে। এরূপ সকল শক্তিই হলো স্থিতিশক্তি। কোনো বস্তুর স্থিতিশক্তি বস্তুর ভর, ভূমি থেকে উচ্চতা এবং পরীক্ষাধীন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের ওপর নির্ভর করে।

উদাহরণ :

(ক) খেলনার মোটর গাড়িতে স্প্রিং লাগানো থাকে [চিত্র ৫.১৮]। এই স্প্রিং-এ দম দিলে তা আকারে ছোট হয়। এই আকার পরিবর্তনের জন্য আমরা কাজ করি যা স্থিতিশক্তিরূপে স্প্রিং-এ সঞ্চিত হয়। দম ছেড়ে দিলে স্প্রিং-এর প্যাঁচ খুলে পুনরায় পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে। স্প্রিং-এর সাথে খেলনার চাকা লাগানো থাকে। ফলে চাকা ঘুরতে থাকে অর্থাৎ স্প্রিং স্থিতিশক্তির দরুন গাড়ি চালাতে কাজ করে।

(খ) হাত ঘড়িতে স্থিতিস্থাপক স্প্রিং-এর সাথে ঘড়ির চাকা যুক্ত থাকে [চিত্র ৫.১৮]। এই স্প্রিং-এ দম দিলে তা আকারে ছোট হয়। এই আকার পরিবর্তন তথা দম দেওয়ার জন্য আমরা কাজ করি যা স্প্রিং-এর মধ্যে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত হয়। স্প্রিং-এর সাথে ঘড়ির কাঁটার এমন একটি সংযোগ থাকে যে স্প্রিং প্যাঁচ খুলে উল্টা দিকে ঘুরে আগের অবস্থায় ফিরে আসার সময় ঘড়ির কাঁটা ঘুরতে থাকে। স্প্রিং-এর স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে পরিণত হয়।


চিত্র ৫.১৮

এরূপ ধনুকের ছিলাতে তীর লাগিয়ে টানলে, ধাতব পাতকে বাঁকালে, রবারকে প্রসারণ করলে সকলেই আকার পরিবর্তনের জন্য স্থিতিশক্তি লাভ করে।

(গ) উচ্চে অবস্থিত পানিতে, পাহাড়ের চূড়ায় বরফে এবং আকাশের মেঘে অবস্থান পরিবর্তনের জন্য স্থিতিশক্তি সঞ্চিত থাকে।

কোনো একটি বস্তু বর্তমান অবস্থা হতে অন্য কোনো স্বাভাবিক বা প্রমাণ অবস্থানে আসতে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাই স্থিতিশক্তির পরিমাপ।

কাজ : সূর্যের চারদিকে আবর্তনের জন্য গ্রহগুলির স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তি কেমন হয় ব্যাখ্যা কর।

সূর্যের চারদিকে আবর্তনকালে গ্রহগুলির মোটশক্তি ধ্রুব বা স্থির থাকে। প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের ফোকাসে রেখে উপবৃত্তাকার পথে সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। সূর্য থেকে গ্রহের দূরত্ব অনেক বেশি, তাই এর গতি খুব ধীর হয়। অর্থাৎ এর গতিশক্তি খুব কম হয়। পক্ষান্তরে এর স্থিতিশক্তি সর্বাধিক হয়। এখন কক্ষপথে গ্রহের দূরত্ব যখন কম হয় তখন এর গতিশক্তি বাড়ে এবং স্থিতিশক্তি কমে; কিন্তু মোট শক্তি সবসময়ই ধ্রুব থাকে।

৫.৮.১ স্থিতিশক্তির প্রকারভেদ
Types of potential energy

স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি বিভিন্ন প্রকার; যথা—

(১) অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি বা অভিকর্ষীয় বিভবশক্তি (Gravitational potential energy)

(২) স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি (Elastic potential energy)

(৩) তড়িৎ বিভবশক্তি (Electric potential energy)

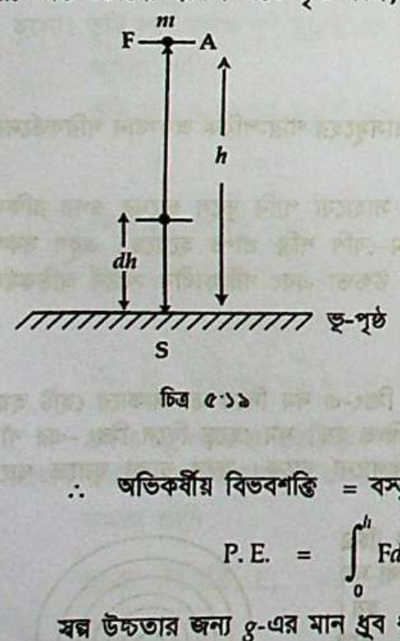
এখানে অভিকর্ষীয় বিভবশক্তি, স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি ও তড়িৎ বিভবশক্তি আলোচনা করা হলো।

১. অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি বা বিভবশক্তি
Gravitational potential energy

কোনো একটি বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে ওপরে তুলতে বাইরের কোনো উৎস বা এজেন্টের প্রয়োজন হয়। এই কাজ বস্তুর মধ্যে স্থিতিশক্তি বা বিভবশক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে। এর নাম অভিকর্ষীয় বিভবশক্তি। এক্ষেত্রে ভূপৃষ্ঠকে প্রামাণ্য তল (reference level) হিসেবে বিবেচনা করা হয়।

এখন শক্তির পরিমাপ করা যাক—

ক্যালকুলাস পদ্ধতি : মনে করি m ভরের একটি বস্তুকে ভূপৃষ্ঠ থেকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে অতি ক্ষুদ্র উচ্চতা dh পর্যন্ত উঠানো হলো। এতে কৃত কাজ,



চিত্র ৫.১৯

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dh}$$

বা, $$dW = Fdh \qquad \dots \qquad \dots \qquad (5.30)$$

$[\because \theta = 0°]$

এখানে F = বাহ্যিক উৎস কর্তৃক প্রযুক্ত বল এবং F ও dh-এর মধ্যবর্তী কোণ শূন্য।

একটি বস্তুকে ওপরে উঠাতে হলে এর ওজনের সমপরিমাণ বল উপর দিকে প্রয়োগ করতে হবে।

$\therefore$ প্রযুক্ত বল, F = বস্তুর ওজন = mg

সুতরাং, বস্তুটিকে h উচ্চতায় A স্থানে [চিত্র ৫.১৯] উঠাতে হলে মোট কৃত কাজের পরিমাণ সমীকরণ (5.30)-এ প্রদত্ত ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কাজের সমষ্টির সমান।

$\therefore$ অভিকর্ষীয় বিভবশক্তি = বস্তুটিকে ভূপৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় তুলতে মোট কাজ

$$\text{P.E.} = \int_0^h Fdh = \int_0^h mgdh$$

স্বল্প উচ্চতার জন্য g-এর মান ধ্রুব ধরে আমরা লিখতে পারি,

$$\text{P.E.} = mg\int_0^h dh = mg[h]_0^h = mg[h-0] = mgh$$

অর্থাৎ অভিকর্ষীয় বিভবশক্তি

$$\text{P.E.} = mgh \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad (5.31)$$

= ভর × অভিকর্ষীয় ত্বরণ × উচ্চতা

উল্লেখ্য বস্তু যতই নিচে নামতে থাকবে h-এর মান ততই কমবে এবং অভিকর্ষীয় বিভবশক্তিও কমতে থাকবে। ভূপৃষ্ঠে h-এর মান শূন্য হওয়ায় অভিকর্ষীয় বিভব শক্তি শূন্য হবে।

কোনো বস্তুর অভিকর্ষীয় বিভবশক্তির মান প্রামাণ্য তলের সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থানের ওপর নির্ভর করে। সমুদ্র পৃষ্ঠকে প্রামাণ্য তল বিবেচনা করে কোনো অবস্থানের বিভবশক্তি এবং কোনো উঁচু পাহাড়ের চূড়া প্রামাণ্য তল বিবেচনা করলে ওই একই অবস্থানের বিভবশক্তি এক হবে না, ভিন্নতর হবে। প্রকৃতপক্ষে কোনো স্থানের বিভবশক্তির পরম মান নির্ণয় করা যায় না, প্রমাণ তল বা প্রসঙ্গ তল সাপেক্ষে বিভবশক্তির পরিবর্তন নির্ণয় করা হয়।

বিভবশক্তির মান ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক উভয়ই হতে পারে। এটা নির্ভর করে প্রসঙ্গ বা প্রামাণ্য তলের ওপর। ভূপৃষ্ঠকে প্রামাণ্য তল বিবেচনা করলে ওপরের দিকে বিভব শক্তি ধনাত্মক হবে আবার ভূগর্ভে বা খনিতে বিভব শক্তি ঋণাত্মক হবে।

কাজ : দুটি পানিপূর্ণ চৌবাচ্চা নাও যাদের নির্গম নল একই আকৃতির। একটি চৌবাচ্চাকে ভূমিতে রাখ। অন্য চৌবাচ্চাকে দালানের ছাদের ওপর স্থাপন কর। এবার দুটি চৌবাচ্চার নির্গম নলকে খুলে দাও। কোন চৌবাচ্চার পানির বেগ বেশি হবে?

ছাদের ওপরের চৌবাচ্চা উঁচু জায়গায় থাকার জন্য স্থিতিশক্তি অর্জন করে। তাই নির্গম নল খুলে দিলে ভূমিতে রাখা চৌবাচ্চা অপেক্ষা ছাদে রাখা চৌবাচ্চার পানি বেশি বেগে প্রবাহিত হবে।

অনুসন্ধানমূলক কাজ : একটি বস্তুর শক্তি আছে কিন্তু ভরবেগ নেই অথবা ভরবেগ আছে কিন্তু শক্তি নেই—এরকম হওয়া কী সম্ভব?

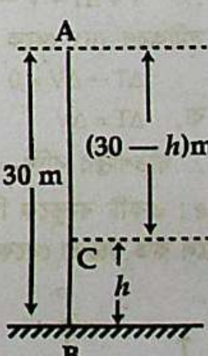
উঁচুতে অবস্থিত স্থির কোনো বস্তুর স্থিতিশক্তি থাকে; কিন্তু কোনো ভরবেগ থাকে না। আবার কোনো বস্তুর ভরবেগ থাকলে অবশ্যই বেগ থাকবে। সুতরাং ওই বস্তুর গতিশক্তি থাকবে। অতএব কোনো বস্তুর শক্তি থাকলে ভরবেগ নাও থাকতে পারে, তবে ভরবেগ থাকলে অবশ্যই শক্তি থাকবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৪

১। 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কোথায় উহার গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে?

মনে করি, ভূমি হতে h ওপরে এবং ওপর হতে $(30 - h)$ m নিচে গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে।

এখানে,
$h = 30\,\text{m}$
$v_0 = 0$



আমরা জানি,

বিভবশক্তি, $E_p = mgh$

গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

প্রশ্নমতে, $E_k = 2E_p$ ... ... (i)

এখানে, $v^2 = v_0^2 + 2g(30 - h)$

বা, $v^2 = 0 + 2g(30 - h) = 2g(30 - h)$

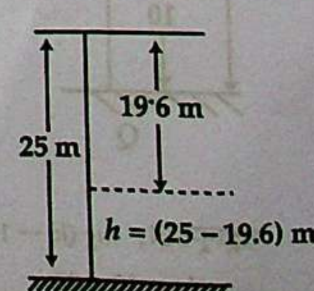
$\therefore\ E_k = \frac{1}{2}m \times 2g(30 - h) = mg(30 - h)$

সমীকরণ (i) অনুযায়ী, $mg(30 - h) = 2mgh$

$\therefore\ 2h = 30 - h$ বা, $h = 10\,\text{m}$

২। 25 m উচ্চতা হতে 4 kg ভর মুক্তভাবে অভিকর্ষের টানে পড়তে থাকলে 2s পরে ভরটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি কত হবে?

এখানে,
$m = 4\,\text{kg}$
$g = 9.8\,\text{ms}^{-2}$
$t = 2\,\text{s}$



2 sec পর সরণ $h = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$

$= 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4 = 19.6\,\text{m}$

$v^2 = v_0^2 + 2gh = 0 + 2 \times 9.8 \times 19.6$

$= 2 \times 9.8 \times 19.6$

$\therefore$ 2 sec পর গতিশক্তি,

$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times 9.8 \times 19.6$

$= 768.32\,\text{J}$

স্থিতিশক্তি, $E_p = mg(25 - 19.6) = 211.68\,\text{J}$

৩। একটি বন্দুকের স্প্রিংকে 4 cm সংকুচিত করে 10 g ভরের একটি গুলি ছোড়া হলো। স্প্রিংটি যখন সাম্যাবস্থায় পৌঁছে তখন সদ্যমুক্ত গুলির বেগ কত? (স্প্রিং ধ্রুবকের মান 200 Nm^{-1})

দেওয়া আছে,

k = স্প্রিং ধ্রুবক = 200 Nm^{-1}

দৈর্ঘ্য সংকোচন, $x = 4\text{ cm} = 4 \times 10^{-2}\text{ m}$

m = গুলির ভর = $10\text{ g} = 10^{-2}\text{ kg}$

এখানে সংকুচিত স্প্রিং-এর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}kx^2$

গুলির গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$

বা, $kx^2 = mv^2$

বা, $v^2 = \frac{kx^2}{m}$

$= \frac{200 \times (4 \times 10^{-2})^2}{10^{-2}} = 32$

$\therefore \quad v = 5.657\text{ ms}^{-1}$

৪। দেখাও যে, পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রমে গতিশক্তি যতটুকু বৃদ্ধি পায় বিভবশক্তি ততটুকু হ্রাস পায়।

মনে করি, গতিশক্তি = T

বিভবশক্তি = V

মোট শক্তি, E = T + V ... ... (i)

আরো মনে করি নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রমে, গতিশক্তি ΔT পরিমাণ বৃদ্ধিতে বিভবশক্তি ΔV পরিমাণ হ্রাস পায়।

$\therefore \quad T + \Delta T + V - \Delta V = E$ ... ... (ii)

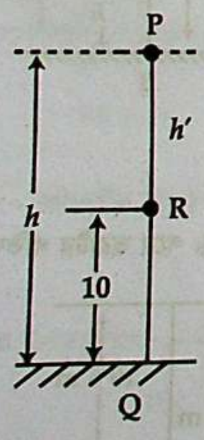
সমীকরণ (ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$\Delta T - \Delta V = 0$

বা, $\Delta T = \Delta V$

$\therefore$ গতিশক্তির বৃদ্ধি = বিভবশক্তি হ্রাস।

৫। একটি বস্তুকে নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে ফেলে দেয়া হলো। ভূমি হতে 10m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হলে কত উচ্চতা থেকে বস্তুটি ফেলা হয়েছিল? [য. বো. ২০০৬]



মনে করি, P বিন্দু হতে m ভরের বস্তুটিকে ফেলা হলো এবং R বিন্দুতে বস্তুটির গতিশক্তি = 2 × বিভবশক্তি

R বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_p = mgx$

$= mg \times 10 = 10\,mg$ ... ... (i)

ধরা যাক, R বিন্দুতে বস্তুটির বেগ = v

আমরা জানি, $v^2 = v_0^2 + 2gh'$

বা, $v^2 = 2g(h - x)$ $[\because v_0 = 0]$

$= 2g(h - 10)$

R বিন্দুতে গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 2g(h - 10)$

$= mg(h - 10)$

প্রশ্নানুসারে, $mg(h - 10) = 2 \times 10\,mg = 20\,mg$ ... (ii)

$\therefore \quad h - 10 = 20$

বা, $h = 20 + 10 = 30\text{ m}$

উত্তর : উচ্চতা 30 m

৬। স্থির অবস্থায় থাকা 50 kg ভরের একটি গাড়ি নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ায় 2 s পর 15 ms^{-1} বেগ অর্জন করে। এর ওপর প্রযুক্ত বল নির্ণয় কর এবং 4 s পর এর গতিশক্তি কত হবে ?

আমরা জানি, $F = ma$

আবার, $v = v_0 + at$

বা, $15 = 0 + a \times 2$

বা, $a = \frac{15}{2} = 7.5\ ms^{-2}$

$\therefore\ F = ma = 50 \times 7.5 = 375\ N$

আবার, $v_1 = v_0 + at_1$

$= 0 + 7.5 \times 4 = 30\ ms^{-1}$

গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times (30)^2 = 22500\ J$

এখানে,
$m = 50\ kg$
$v_0 = 0$
$v = 15\ ms^{-1}$
$t = 2\ s$
ত্বরণ, $a = ?$
বল, $F = ?$
$t_1 = 4s$
4 sec পর বেগ, $v_1 = ?$
4 sec পর গতিশক্তি, $K = ?$

৭। পুত্রের ভর পিতার ভরের অর্ধেক। পিতার গতিশক্তি পুত্রের গতিশক্তির অর্ধেক। পিতার বেগ 1 ms^{-1} বাড়ালে তার গতিশক্তি পুত্রের গতিশক্তির সমান হয়। উভয়ের বেগ নির্ণয় কর। [BUET Admission Test, 2015-16]

প্রশ্নানুসারে,

$KE_1 = 2KE_2$

বা, $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 2 \times \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

বা, $m_1 v_1^2 = 2 \times 2m_1 v_2^2$

বা, $v_1^2 = 4v_2^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$

আবার, $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 (v_2 + 1)^2$

বা, $m_1 v_1^2 = m_2 (v_2 + 1)^2$

বা, $m_1 v_1^2 = 2m_2 (v_2 + 1)^2$

বা, $v_1^2 = 2 (v_2 + 1)^2$

বা, $4v_2^2 = 2 (v_2^2 + 2v_2 + 1)$

বা, $v_2^2 - 2v_2 - 1 = 0$

বা, $v_2 = 1 \pm \sqrt{2} = 2.41\ ms^{-1}$

(i)নং থেকে পাই,

$v_1^2 = 4v_2^2$

$\therefore\ v_1 = 4.82\ ms^{-1}$

এখানে,
পুত্রের ভর $= m_1$
পিতার ভর $m_2 = 2m_1$
পিতার বেগ $= v_2$
পুত্রের বেগ $= v_1$

৮। 100 m উচ্চতা থেকে 5 kg ভর মুক্তভাবে অভিকর্ষের টানে পড়তে থাকলে 4 sec পরে ভরটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি কত হবে ? [RUET Admission Test, 2010-11]

আমরা জানি,

$v = u + gt = 0 + 9.8 \times 4 = 39.2\ ms^{-1}$

$\therefore$ গতিশক্তি $= \frac{1}{2} mv^2$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times (39.2)^2 = 3841.6\ J$

4s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব h হলে,

$h = \frac{1}{2} \times gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 4^2 = 78.4\ m$

ভূমি হতে উচ্চতা, $h_1 = 100 - h = 21.6\ m$

স্থিতিশক্তি, $mgh_1 = 5 \times 9.8 \times 21.6 = 1058.6\ J$

অনুধাবনমূলক কাজ : একটি হাল্কা বস্তু এবং একটি ভারী বস্তুর গতিশক্তি সমান। বস্তু দুটির কোনটির ভরবেগ বেশি? ব্যাখ্যা কর।

ধরা যাক, হাল্কা বস্তুর ভর = m ও বেগ = v এবং ভারী বস্তুর ভর = M ও বেগ = V.

প্রশ্নানুসারে,

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}MV^2$$

বা, $mv^2 = MV^2$

বা, $\frac{v^2}{V^2} = \frac{M}{m}$

বা, $\frac{V}{v} = \sqrt{\frac{m}{M}}$

$$\therefore \frac{\text{ভারী বস্তুর ভরবেগ}}{\text{হাল্কা বস্তুর ভরবেগ}} = \frac{MV}{mv}$$

$$= \frac{M}{m}\sqrt{\frac{m}{M}} = \sqrt{\frac{M}{m}} > 1$$

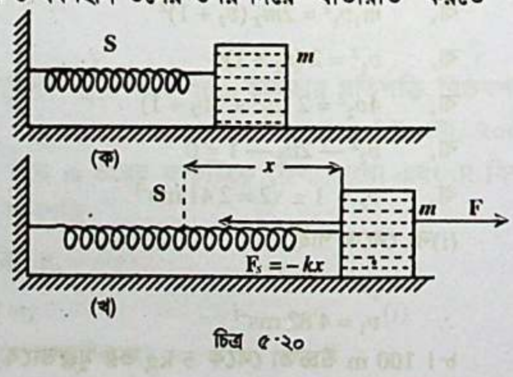
সুতরাং, ভারী বস্তুর ভরবেগ হাল্কা বস্তুর ভরবেগ অপেক্ষা বেশি।

২. স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি
Elastic potential energy

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে একটি বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ করা হলে বস্তুর বিকৃতি ঘটে। বিকৃতি ঘটাতে বস্তুর উপর কাজ সাধিত হয়। এই কাজ বস্তুর মধ্যে স্থিতি বা বিভবশক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে। এর নাম স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি।

স্প্রিং-এ সৃষ্ট বিভবশক্তি নিম্নের আলোচনা থেকে বোঝা সহজ হবে।

স্প্রিং-এর বিভবশক্তি : ধরি একটি অনুভূমিক আদর্শ স্প্রিং-এর এক প্রান্ত দেওয়ালের সাথে আটকানো এবং অপর প্রান্তে m ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু যুক্ত আছে। বস্তুটি অনুভূমিক ও ঘর্ষণহীন তলের ওপর দিয়ে যাতায়াত করতে পারে [চিত্র ৫·২০]। বস্তুটিকে টেনে স্প্রিংটিকে দৈর্ঘ্য বরাবর বিকৃত করলে স্থিতিস্থাপক ধর্মের দরুন প্রযুক্ত বলের বিপরীতে স্প্রিং-এ প্রত্যায়নী বলের উদ্ভব ঘটবে। F অনুভূমিক বল প্রয়োগে স্প্রিংটিকে বাম হতে ডানদিকে অনুভূমিক বরাবর তার দৈর্ঘ্য x পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে স্প্রিং-এ $-kx$ পরিমাণ প্রত্যায়নী বল উৎপন্ন হবে। এখন বস্তুটিকে x দূরত্ব সরাতে তার ওপর এর সমান ও বিপরীতমুখি $F = kx$ বল প্রয়োগ করে কাজ করতে হবে। এই সম্প্রসারণে প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃত কাজই হবে স্প্রিংটির মধ্যে সঞ্চিত বিভবশক্তি।



চিত্র ৫·২০

সুতরাং বিভবশক্তি, $U = \int_0^x F dx = \int_0^x kx\, dx$

$$= k\int_0^x x\, dx = \frac{1}{2}k\,[x^2]_0^x$$

$$= \frac{1}{2}kx^2 \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (5.32)$$

স্প্রিংটিকে দৈর্ঘ্য x পরিমাণ সংকুচিত করলেও সঞ্চিত বিভব শক্তি $\frac{1}{2}kx^2$ হবে। এখানে k = স্প্রিং ধ্রুবক = $\frac{F}{x}$

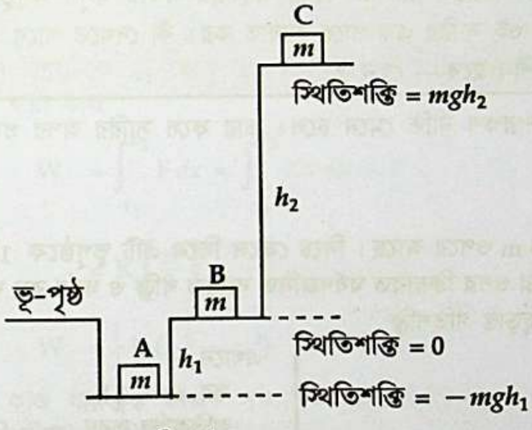
অনুধাবনমূলক কাজ : কোনো একটি স্প্রিং এর প্রত্যায়নী বল (restoring force) কোনো মুহূর্তে 15 N বলতে কী বুঝ ?

কোনো স্প্রিং এর প্রত্যায়নী বল 15 N বলতে বুঝায় স্প্রিংটি 15 N বলে টেনে ছেড়ে দিলে এটি একই বলে পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে।

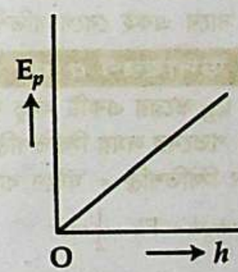
সমস্যা সমাধান
Solution of problems

১। স্থিতিশক্তি কি ঋণাত্মক হতে পারে ?

নির্দেশনা : স্থিতিশক্তি ঋণাত্মক হতে পারে। যেমন অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তির বেলায় ভূপৃষ্ঠের ওপর যে কোনো বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি ধনাত্মক হয়। ভূপৃষ্ঠের নিচে যেমন খনির ভিতরে অবস্থিত বস্তুর স্থিতিশক্তি ঋণাত্মক হয় [চিত্র ৫.২১]। এই চিত্রে ভূপৃষ্ঠের B বিন্দুতে বস্তুটির স্থিতিশক্তি শূন্য। h_2 উচ্চতায় C বিন্দুতে স্থিতিশক্তি mgh_2। C থেকে B-তে নেমে আসার সময় বস্তুর স্থিতিশক্তি কমতে থাকে। একইভাবে B থেকে নিচে A বিন্দুতে যাওয়ার সময়



চিত্র ৫.২১



চিত্র ৫.২১ক)

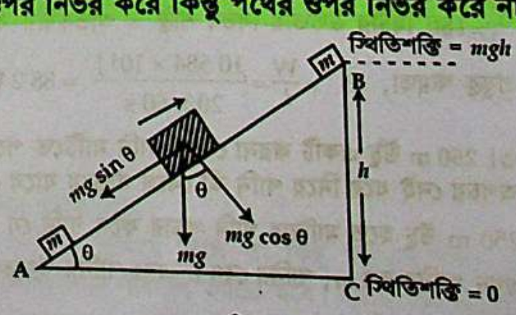
বস্তুর স্থিতিশক্তি কমবে। অতএব, B বিন্দুতে স্থিতিশক্তি শূন্য বলে A বিন্দুতে স্থিতিশক্তি ঋণাত্মক হবে। A বিন্দু যদি h_1 গভীরতায় থাকে, তবে ওই বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি $-mgh_1$ হবে। বস্তুটিকে আবার A থেকে B বিন্দুতে নিয়ে যেতে হলে বস্তুটির ওপর ওজন অর্থাৎ অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে। উচ্চতা ও বিভবশক্তির সম্পর্ককে ৫.২১(ক) চিত্রে দেখানো হলো।

২। একটি বস্তুর স্থিতিশক্তি কীভাবে শূন্য হয় ?

নির্দেশনা : প্রমাণ অবস্থান বা আকৃতি থেকে বস্তুকে অন্য অবস্থান বা আকৃতিতে নিয়ে যেতে হলে বস্তুটির ওপর সবসময়ই কোনো বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। এই কাজ বস্তুটিতে স্থিতিশক্তি রূপে সঞ্চিত থাকে। বস্তুটি তার প্রমাণ অবস্থান বা আকৃতিতে ফিরে আসার সময় এই স্থিতিশক্তির দরুন নিজে কাজ করতে পারে। নিজে কাজ করায় বস্তুটির স্থিতিশক্তি ক্রমশ হ্রাস পায় এবং হ্রাস পেতে পেতে প্রমাণ অবস্থান বা আকৃতিতে ফিরে এলে বস্তুটির স্থিতিশক্তি শূন্য হয়। এই অবস্থায় বস্তুটি আর কাজ করে না।

৩। অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি কেবলমাত্র h-এর ওপর নির্ভর করে কিন্তু পথের ওপর নির্ভর করে না কেন ?

নির্দেশনা : কোনো বস্তুকে খাড়াভাবে h উচ্চতায় কোনো পথে নেওয়া হলে স্থিতিশক্তি তার ওপর নির্ভর করে না। অর্থাৎ বস্তুটিকে খাড়াভাবে h উচ্চতায় না তুলে অন্য যে কোনো পথে যদি এই উচ্চতায় নিয়ে যাওয়া হয়, তাহলেও স্থিতিশক্তির মান একই থাকে। যেমন m ভরের বস্তুকে C বিন্দু হতে খাড়া B বিন্দুতে নিলে বস্তুটির স্থিতিশক্তি $= mgh$ [চিত্র ৫.২২]।



চিত্র ৫.২২

আবার মনে করি m ভরের বস্তুটি একটা ঘর্ষণহীন নততল AB এর উপর দিয়ে টেনে h উচ্চতায় তোলা হলো। নততল বরাবর নিচের দিকে বস্তুর ওজন mg-এর উপাংশ হলো $mg \sin\theta$। নততল বরাবর বস্তুকে ওপরে টেনে তুলতে এই উপাংশের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। বস্তুর ওজনের অন্য উপাংশ $mg \cos\theta$ বস্তুর সরণের লম্ব দিকে ক্রিয়া করে বলে কোনো কাজ করে না। নততল বরাবর বস্তুর সরণ হলো AB। অতএব,

মোট কাজ = বল × সরণ $= mg \sin\theta \times AB = mg \times AB \sin\theta = mg \times BC = mgh$

সংজ্ঞা অনুযায়ী এই কাজ হলো বস্তুটির স্থিতিশক্তি। অতএব কোনো বস্তুকে যে পথেই ওপরে তোলা যাক না কেন, নির্দিষ্ট উচ্চতায় এর অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তির মান একই হয়।

হিসাব কর : 50N ওজনের একটি বস্তুকে 6 m উচ্চতায় উঠানোর জন্য একটি লিফ্‌ট ব্যবহার করা হলো। এটি 70 J শক্তি ব্যয় করে। অপচয়কৃত শক্তির পরিমাণ কত হবে হিসাব কর।

এখানে সরবরাহকৃত শক্তি $=$ কাজ $=$ বল $\times$ সরণ $=$ ওজন $\times$ উচ্চতা $= 50 \times 6 = 300\text{ J}$

অপচয়কৃত শক্তি $=$ সরবরাহকৃত শক্তি $-$ ব্যয়িত শক্তি $= 300\text{ J} - 70\text{ J} = 230\text{ J}$

কাজ : কয়েকটি সমান ভরের কাচের মার্বেল একই সারিতে পরস্পর সংলগ্ন অবস্থায় একটি মসৃণ অনুভূমিক টেবিলের ওপর রাখ। অনুরূপ দুটি মার্বেল একত্রে গড়িয়ে দিয়ে ওই সারির এক প্রান্তে আঘাত কর। কী দেখতে পাবে ? সারির অপর প্রান্ত থেকে দুটি মার্বেল এক সাথে একই বেগে গতিশীল হবে— কেন ?

এক্ষেত্রে ভরবেগ ও যান্ত্রিক শক্তি উভয়েই সংরক্ষণ নীতি মেনে চলে। তার ফলে সারির অপর প্রান্ত থেকে দুটি মার্বেল একই সাথে একই বেগে গতিশীল হবে।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৫

১। 2 kg ভরের একটি বস্তু ভূপৃষ্ঠ হতে 15 m ওপরে আছে। নিচে ফেলে দিলে এটি ভূপৃষ্ঠকে 10 ms^{-1} বেগে আঘাত করে। পতনের সময় স্থিতিশক্তি এবং বস্তুটির ওপর ক্রিয়ারত ঘর্ষণজনিত ব্যয়িত শক্তি ও ঘর্ষণ বল কত হবে ?

এখানে স্থিতিশক্তি = ঘর্ষণে ব্যয়িত শক্তি + চূড়ান্ত গতিশক্তি

$$mgh = Fh + \frac{1}{2}mv^2$$

বা, $Fh = mgh - \frac{1}{2}mv^2$

$$= 2 \times 9.8 \times 15 - \frac{1}{2} \times 2\,(10)^2$$

$$= 294 - 100 = 194\text{ J}$$

$$\therefore F = \frac{194}{h} = \frac{194}{15} = 12.9\text{ N}$$

এখানে,
ভর, $m = 2\text{ kg}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\text{ ms}^{-2}$
উচ্চতা, $h = 15\text{ m}$
বেগ, $v = 10\text{ ms}^{-1}$

২। 60 kg ভরের জনৈক ব্যক্তি 20 মিনিটে 180 m উচ্চ একটি চূড়ায় আরোহণ করেন। তার বিভবশক্তি কত ? কাজ ও প্রযুক্ত ক্ষমতা নির্ণয় কর।

প্রশ্নানুসারে অভিকর্ষীয় বলের বিরুদ্ধে কাজ,

W = বল $\times$ বলের ক্রিয়া রেখায় সরণ

= ওজন $\times$ উল্লম্ব সরণ

$= mg \times h$

এখানে, $m = 60\text{ kg}$
$g = 9.8\text{ ms}^{-2}$
$h = 180\text{ m}$

$\therefore$ নির্ণেয় কাজ, $W = 60\text{ kg} \times 9.8\text{ ms}^{-2} \times 180\text{ m} = 10.584 \times 10^4\text{J}$

$\therefore$ 180 মিটার উচ্চতায় বিভব শক্তি = অভিকর্ষীয় বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজ $= 10.584 \times 10^4\text{J}$

প্রযুক্ত ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{10.584 \times 10^4\text{ J}}{20 \times 60\text{ s}} = 88.2\text{ W}$

এখানে,
$t = 20$ মিনিট $= 20 \times 60\text{ s}$

৩। 250 m উঁচু একটি ঝরনা থেকে পানি মাটিতে পড়ে অনুভূমিকভাবে নির্দিষ্ট গতিবেগে গড়িয়ে যাচ্ছে। শক্তির কোনো অপচয় নেই ধরে নিয়ে পানি কী বেগে গড়িয়ে যাবে বের কর।

250 m উঁচু হতে মাটিতে পানি পড়ার ফলে পানি যে পরিমাণ স্থিতিশক্তি হারায়, তাই গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এখন পানির ভর m, পানির বেগ v এবং পানির উচ্চতা h হলে আমরা লিখতে পারি,

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

বা, $v = \sqrt{2gh}$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 250}$$

$$= 70\text{ ms}^{-1}$$

৫·৯ ব্যবহারিক
Experimental

পরীক্ষণের নাম :	স্প্রিং এর বিভবশক্তি নির্ণয়
পিরিয়ড: ২	**Determination of potential energy of a spring**

তত্ত্ব : মনে করি, একটি স্প্রিং-এর প্রান্তে m ভরের ভার ঝুলালে বা F পরিমাণ বল প্রয়োগে স্প্রিংটি x পরিমাণ সম্প্রসারিত হয়। স্প্রিংটির সরণ প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক হয় অর্থাৎ $F \propto x$ হয়

বা, $F = Kx$ ... ... (i)

[এখানে K = স্প্রিং ধ্রুবক]

এখন স্প্রিংটিকে x_1 থেকে x_2 অবস্থানে প্রসারিত করতে বাইরের বল দ্বারা কাজ

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_{x_1}^{x_2} Kx\,dx = K\int_{x_1}^{x_2} x\,dx$$

$$= K\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_1}^{x_2} = \frac{K}{2}(x_2^2 - x_1^2)$$

$$\therefore \quad W = \frac{1}{2}K(x_2^2 - x_1^2) \quad \ldots \quad \ldots \text{(ii)}$$

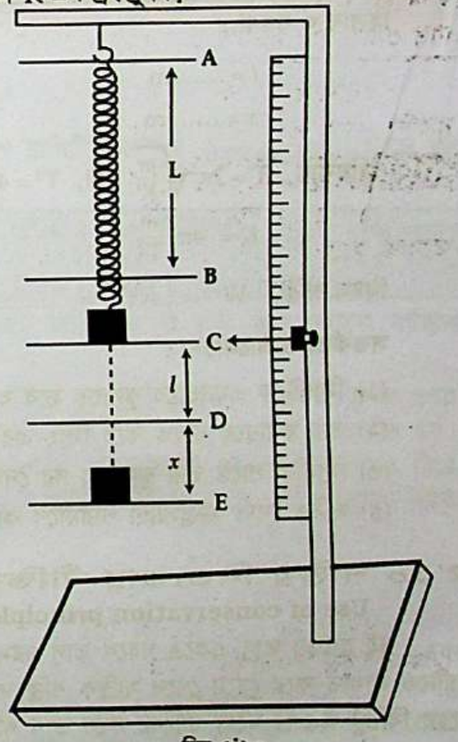
এই কাজ ধনাত্মক কাজ। সম্পাদিত এই কাজ স্প্রিং-এর মধ্যে বিভব শক্তিরূপে সঞ্চিত থাকবে।

$x_1 = 0$ এবং $x_2 = x$ ধরলে

$$W = \frac{1}{2}K(x^2 - 0)$$

বা, $W = \frac{1}{2}Kx^2$ ... ... (iii)

m পরিমাণ ভরের জন্য স্প্রিংটি l পরিমাণ প্রসারিত হয় এবং এই অবস্থায় স্প্রিংটিকে x পরিমাণ টেনে ছেড়ে দিলে ইহা সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দিত হয় এবং এর দোলন কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ হয়।



চিত্র ৫·২৩

যন্ত্রপাতি :

(১) পরীক্ষণীয় স্প্রিং।
(২) একটি মিটার স্কেল।
(৩) সুবিধাজনক কয়েকটি ভার।
(৪) স্প্রিং ঝুলাবার জন্য হুক।
(৫) একটি স্টপ ওয়াচ।

কার্যপদ্ধতি :

(১) চিত্র অনুযায়ী স্প্রিংটিকে একটি হুক থেকে ঝুলিয়ে দিতে হবে।

(২) এর প্রান্তে অর্থাৎ নিচের হুকে একটি ওজন বা ভার ঝুলিয়ে দিলে তা কিছু পরিমাণ লম্বা হবে। স্থির অবস্থান এবং পরিবর্তিত অবস্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব মিটার স্কেল দিয়ে পরিমাপ করতে হবে। ইহাই বর্ধিত দৈর্ঘ্য, l।

(৩) এরপর ভারটিকে নিচের দিকে টেনে x পরিমাণ সম্প্রসারণ করে ছেড়ে দিতে হবে। পুনরায় মিটার স্কেল দিয়ে দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণ x পরিমাপ করতে হবে।

(৪) স্প্রিংটি এই অবস্থায় ওপরে নিচে স্পন্দিত হবে। একটি স্টপওয়াচের সাহায্যে 20 দোলনের সময় নির্ণয় করতে হবে। এই সময়কে দোলন সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে পর্যায়কাল T নির্ণয় করতে হবে।

(৫) ভার পরিবর্তন করে (৩) ও (৪)নং পরীক্ষণটি কয়েকবার সম্পন্ন করা হয়।

ডাটা ছক—১ (T এবং x নির্ণয়ের ছক)

পর্যবেক্ষণ সংখ্যা	স্প্রিং এর আদি দৈর্ঘ্য L(m)	ভার ঝুলাবার পর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি l (m)	বল প্রয়োগ করে দোলন দেওয়ার জন্য স্প্রিং এর সম্প্রসারণ x (m)	20 দোলনের সময় (sec)	পর্যায়কাল T (sec)	স্প্রিং ধ্রুবক K	বিভব শক্তি $W = \frac{1}{2}Kx^2$ (J)	গড় W (J)

হিসাব ও গণনা :

$l = \ldots\ldots$ m

$x = \ldots\ldots$ m

পর্যায়কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{m}{K}$

$\therefore \quad K = 4\pi^2\frac{m}{T^2}$

বিভব শক্তি, $W = \frac{1}{2}Kx^2 = \ldots\ldots\ldots$ Joule

সতর্কতা ও আলোচনা :

(১) স্প্রিংটিকে এমনভাবে ঝুলাতে হবে যাতে এর প্রান্তে ভার ঝুলাবার পর এটি ওপরের হুক থেকে খুলে না যায়।

(২) ভার ক্রমান্বয়ে বর্ধিত করে স্প্রিং-এর সম্প্রসারণ নির্ণয় করা হয়।

(৩) স্প্রিংটির প্রান্তে ভার ঝুলাবার পর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সময় যাতে বাধা প্রাপ্ত না হয় সেদিকে লক্ষ রাখতে হবে।

(৪) সঠিক দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণ পরিমাপে ক্যাথেডোমিটার ব্যবহার করা উচিত।

৫.১০ শক্তির নিত্যতার নীতির ব্যবহার
Use of conservation principle of energy

দুই হাতের তালু একত্রে ঘষলে তালু গরম হয়; এক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। পতনশীল বস্তু মাটিতে আঘাত করে থেমে গেলে যান্ত্রিক শক্তি তাপশক্তিতে এবং কিছুটা শব্দ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। আবার যে কোনো যন্ত্রের বিভিন্ন অংশের মধ্যে ঘর্ষণের ফলে তাপ শক্তির উদ্ভব হয়। এই ঘটনাগুলি লক্ষ করলে দেখা যায় যে, শক্তি এক রূপ থেকে অন্য রূপে রূপান্তরিত হয়। আবার আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্বে দেখা যায় যে, ভর শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। কোনো বস্তুর মধ্যে শক্তির পরিমাণ বাড়লে ওই বস্তুর ভরও বাড়ে। আবার বস্তুর মধ্যে শক্তির পরিমাণ কমলে এর ভরও কমে। মেঝের ওপর দিয়ে একটি বাক্সকে টানলে ঘর্ষণে তাপ সৃষ্টি হয়।

উপরোক্ত সকল ক্ষেত্রে (সংরক্ষিত বা অসংরক্ষিত) দেখা যায় যে, শক্তি কেবল এক রূপ থেকে অন্য রূপে রূপান্তরিত হচ্ছে কিন্তু এই শক্তি শেষ বা ধ্বংস হয় না। এটাই শক্তির নিত্যতা।

সূত্র : শক্তি অবিনশ্বর, শক্তি সৃষ্টি বা ধ্বংস করা যায় না। কেবল এক রূপ থেকে অন্য রূপে রূপান্তরিত করা যায় **(Energy is eternal, it can neither be created nor destroyed, but can only be converted from one form to another)**। বিশ্বের মোট শক্তির পরিমাণ ধ্রুবক। বৈদ্যুতিক ইস্ত্রিতে তড়িৎ বা বিদ্যুৎ চালনা করলে তাপ উৎপন্ন হয়। এই তাপ দিয়ে আমরা কাপড় ইস্ত্রি করি। এক্ষেত্রে বিদ্যুৎ শক্তি তাপ শক্তিতে এবং তাপ শক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এক্ষেত্রে শক্তির কোনো ক্ষয় বা বিনাশ নেই। কেবলমাত্র রূপান্তর আছে।

নিউক্লিয়ার রিয়্যাক্টরের কথা তোমরা শুনেছ। নিউক্লিয়ার রিয়্যাক্টরের মধ্যে একটি নিউট্রন দ্বারা ভারী পরমাণু $\left(U^{235}_{92}\right)$ কে আঘাত করে নিউক্লিও ফিশন বিক্রিয়া ঘটানো হয়। এই বিক্রিয়ায় প্রচুর পরিমাণে তাপ শক্তি উৎপন্ন হয়। এই তাপ শক্তিকে কাজে লাগিয়ে টারবাইন ঘুরিয়ে আবার বিদ্যুৎ শক্তি উৎপন্ন করা হয়। এক্ষেত্রে দেখা যায় পারমাণবিক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয় এবং তাপ শক্তি আবার বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এক্ষেত্রেও শক্তির কোনো বিনাশ বা ধ্বংস নেই। এক রূপ থেকে অন্য রূপে রূপান্তরিত হচ্ছে।

শক্তি যখন এক রূপ থেকে অন্য রূপে পরিবর্তিত হয় তখন এর কোনো ঘাটতি বা বাড়তি ঘটে না। অর্থাৎ শক্তির বিনাশ বা সৃষ্টি উভয়ই অসম্ভব। যখন এক প্রকার শক্তি বিলুপ্ত হয় তখন তা অন্য রূপে কোথাও আত্মপ্রকাশ করে। এর নাম শক্তির নিত্যতা বা শক্তির অবিনশ্বরতা (Conservation of energy)।

যান্ত্রিক শক্তির রূপান্তরের এরকম অসংখ্য দৃষ্টান্ত দেওয়া যায়— যেমন সরল দোলকের দোলন এবং নততলে বস্তুর গতি। আমরা জানি, শক্তি সৃষ্টি বা ধ্বংস করা যায় না। অতএব, এই সব উদাহরণে বস্তুর গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে ও স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয় মাত্র; স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফল অর্থাৎ বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি সব সময় স্থির থাকে। একে **যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি** (Principle of conservation of mechanical energy) বলে। কিন্তু ঘর্ষণ বল থাকলে এই বল সব সময় বস্তুর গতিকে বাধা দেয়। ফলে কিছু পরিমাণ যান্ত্রিক শক্তি এই বাধা অতিক্রম করার জন্য অপচয় হয় এবং তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

উপরের উদাহরণের ক্ষেত্রে শক্তির নিত্যতার সূত্র প্রযোজ্য হয়। কোনো অপচয়ী বল না থাকলে এবং সংঘর্ষটি সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হলে মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। অতএব

সংঘর্ষের আগে গতিশক্তি = সঞ্চিত স্থিতিশক্তি $= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

কোনো প্রক্রিয়ায় কোনো রাশির মান সবসময় অপরিবর্তিত থাকলে রাশিটি সংরক্ষিত (conserved) আছে বলা হয়। অতএব মোট যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত আছে।

অনুসন্ধানমূলক কাজ : একটি গ্যাস বেলুন ওপরের দিকে ওঠার সময় এর গতিশক্তি এবং স্থিতিশক্তি উভয়ই বৃদ্ধি পায়। এক্ষেত্রে শক্তির সংরক্ষণ সূত্র লঙ্ঘিত হয় কি-না—ব্যাখ্যা কর।

এক্ষেত্রে শক্তির সংরক্ষণ সূত্র লঙ্ঘিত হয় না। ঊর্ধ্বগামী কোনো বস্তুর ওপর অভিকর্ষ ছাড়া অন্য কোনো বাহ্যিক বল ক্রিয়াশীল হলে শক্তির সংরক্ষণসূত্র প্রযোজ্য হয় না।

গ্যাসপূর্ণ বেলুনের মোট ওজন অপেক্ষা এর ওপর প্লবতা অর্থাৎ ঊর্ধ্বমুখি ঘাত অনেক বেশি। ফলে বেলুনের ওপর একটি ঊর্ধ্বমুখি বল (প্লবতা-ওজন) ক্রিয়া করে। অর্থাৎ অভিকর্ষ ছাড়া আর একটি বল ওই বেলুনের ওপর ক্রিয়াশীল হয়। মোট ঊর্ধ্বমুখি বলের জন্য বেলুনের ওপর একটি ঊর্ধ্বমুখি ত্বরণ থাকে। ফলে বেলুনটির ওপরের দিকের বেগ ধীরে ধীরে বাড়ে, তাই গতিশক্তিও ধীরে ধীরে বাড়ে। আবার ওপরের দিকে ওঠার ফলে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে কৃত কাজও বাড়ে। এতে বেলুনের স্থিতিশক্তিও বাড়তে থাকে।

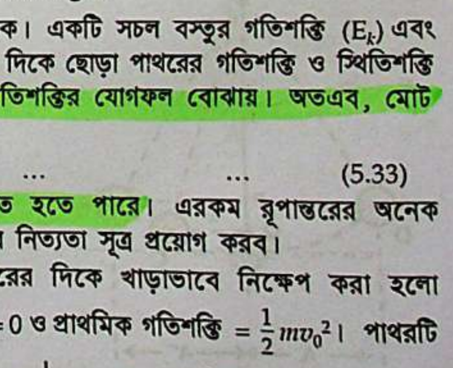
ক. উৎক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতায় শক্তির নিত্যতার সূত্র
Conservation of energy of a body thrown up at maximum height

গতির জন্য বস্তুতে গতিশক্তি এবং অবস্থানের জন্য স্থিতিশক্তি থাকে। একটি সচল বস্তুর গতিশক্তি (E_k) এবং স্থিতিশক্তি (E_p) দুই-ই থাকতে পারে। যেমন একটি উড়ন্ত বিমানের বা ওপর দিকে ছোড়া পাথরের গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি দুই-ই থাকে। তখন বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি বলতে এর গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যোগফল বোঝায়। অতএব, মোট যান্ত্রিক শক্তি—

$$E_T = E_k + E_p \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.33)$$

বস্তুর গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে বা স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হতে পারে। এরকম রূপান্তরের অনেক উদাহরণ দেওয়া যায়। এখন আমরা উৎক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতার শক্তির নিত্যতা সূত্র প্রয়োগ করব।

মনে করি, ভূপৃষ্ঠ থেকে m ভরের একটি পাথরকে v_0 বেগে ওপরের দিকে খাড়াভাবে নিক্ষেপ করা হলো [চিত্র ৫.২৪]। ভূপৃষ্ঠকে নির্দেশ তল ধরে নিলে পাথরটির প্রাথমিক স্থিতিশক্তি $= 0$ ও প্রাথমিক গতিশক্তি $= \frac{1}{2} m v_0^2$। পাথরটি যত ওপরে ওঠে এর অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি তত বাড়তে থাকে; কিন্তু সাথে সাথে পাথরটির বেগ কমতে থাকে অর্থাৎ এর গতিশক্তি কমতে থাকে। অতএব, ওপরে ওঠার সময় পাথরটির গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হতে থাকে। h উচ্চতায় পাথরটির ওপরের দিকে বেগ যদি v হয় ($v < v_0$), তবে এই বিন্দুতে পাথরটির গতিশক্তি $= \frac{1}{2} m v^2$ ও স্থিতিশক্তি $= mgh$ হয়। সুতরাং পাথরটির মোট যান্ত্রিক শক্তি হয় $= \frac{1}{2} m v^2 + mgh$। সর্বোচ্চ অবস্থানে পৌঁছে পাথরটি মুহূর্তের জন্য স্থির থাকে। তখন পাথরটির গতিশক্তি শূন্য কিন্তু এর স্থিতিশক্তি সবচেয়ে বেশি হয়। পাথরটির সর্বোচ্চ উচ্চতা যদি H হয় তবে এই অবস্থানে পাথরটির স্থিতিশক্তি $= mgH$ হয়।



চিত্র ৫.২৪

অতএব সর্বোচ্চ অবস্থানে পাথরটির সম্পূর্ণ গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়ে যায়।

সর্বোচ্চ অবস্থানে পৌঁছানোর পর পাথরটি আবার নিচের দিকে পড়তে থাকে। তখন ঠিক বিপরীত ক্রিয়া হয়; পাথরটির স্থিতিশক্তি ক্রমশ কমতে থাকে এবং গতিশক্তি বাড়তে থাকে। নির্দেশ তলে বস্তুটির কেবল গতিশক্তি থাকে; ওর স্থিতিশক্তি আবার শূন্য হয়।

এক্ষেত্রে সহজে প্রমাণ করা যায় যে, ঘর্ষণ বলের মতো কোনো অপচয়ী বল (dissipative force) না থাকলে প্রাথমিক অবস্থানে পাথরটির নীট শক্তি (যা সম্পূর্ণই গতিশক্তি) সর্বোচ্চ অবস্থানে পাথরটির মোট শক্তির (যা সম্পূর্ণই স্থিতিশক্তি) সমান হয়, অর্থাৎ $\frac{1}{2}mv_0^2 = mg\text{H}$। অর্থাৎ আগের কোনো বিন্দুতেও মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। অতএব,

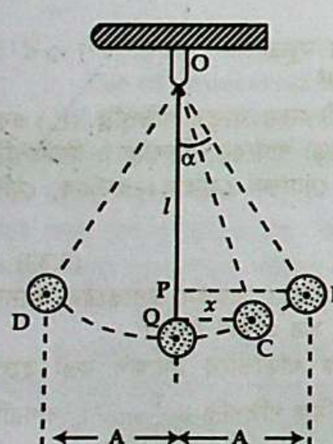
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mg\text{H} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.34)$$

অবাধে পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রেও এই নীতি প্রযোজ্য হয়। যে স্থান থেকে বস্তুকে ওপরের দিকে v_0 বেগে ছোঁড়া হয়েছিল, বস্তুটি যখন আবার সেই প্রাথমিক অবস্থানে ফিরে আসে তখন এর বেগ v_0 হয়। এই সময় বস্তুটির শক্তি সম্পূর্ণই গতিশক্তি। অতএব এর মোট শক্তি পুনরায় $\frac{1}{2}mv_0^2$ হয়। অতএব উৎক্ষিপ্ত বস্তু সর্বাধিক উচ্চতায় শক্তির নিত্যতার সূত্র মেনে চলে।

খ. সরল ছন্দিত গতির শক্তি
Energy of simple harmonic motion

সরল দোলকের গতি হলো সরল ছন্দিত গতি। সরল দোলক যখন দুলতে থাকে তখন কখনো দোলকের গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে, আবার কখনো দোলকের স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। কিন্তু প্রতি মুহূর্তে দোলকের গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যোগফল ধ্রুব থাকে।

মনে করি, সরল দোলকের ববের ভর m এবং সাম্যাবস্থা 0। দোলায়মান অবস্থার সাম্যাবস্থা থেকে যে কোনো এক দিকে A দূরত্ব অতিক্রম করে সর্বোচ্চ বিন্দু B তে পৌঁছলে [চিত্র ৫.২৫] B বিন্দুতে বেগ $v = 0$ বলে এর সকল শক্তি বিভবশক্তি। সরল দোলকের ওপর ক্রিয়ারত বল F হলে $\text{F} = -kx$। অতএব সর্বোচ্চ বিন্দু B তে বিভবশক্তি



চিত্র ৫.২৫

$$\text{E}_p = \int_0^{\text{A}} -\text{F}\,dx = \int_0^{\text{A}} k\,x dx$$

$$= k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{\text{A}} = \frac{1}{2}k\text{A}^2$$

আমরা জানি,

$$\frac{k}{m} = \omega^2 \quad \therefore \; k = \omega^2 m$$

$$\therefore \quad \text{E}_p = \frac{1}{2} \times m\omega^2\text{A}^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.35)$$

যেহেতু B বিন্দুর গতিশক্তি $\text{E}_k = 0$ অতএব B বিন্দুতে ববের মোট শক্তি

$$\text{E} = \frac{1}{2}m\omega^2\text{A}^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.36)$$

এখন ধরা যাক, একটি বব B বিন্দু থেকে সাম্যাবস্থায় 0 এর দিকে যাত্রা করে কোনো এক সময় C বিন্দুতে পৌঁছাল। সাম্যাবস্থান হতে C এর দূরত্ব x এবং এর ববের বেগ v হলে C বিন্দুর গতিশক্তি $\text{E}_{k_C} = \frac{1}{2}mv^2$

কিন্তু সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে বেগ

$$v = \omega\sqrt{\text{A}^2 - x^2}$$

অতএব $\text{E}_{k_C} = \frac{1}{2}m\omega^2(\text{A}^2 - x^2) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.37)$

C বিন্দুতে ববের কিছু বিভবশক্তি থাকবে। যার পরিমাণ

$$E_{p_C} = \int_0^x k\, x dx$$

$$= k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^x = \frac{1}{2}kx^2$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2x^2 \quad [\because k = m\omega^2] \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.38)$$

C বিন্দুতে মোট শক্তি

$$E_k = E_{k_C} + E_{p_C}$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) + \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2 + x^2)$$

$$E_k = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.39)$$

মন্তব্য : ওপরের সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, B ও C বিন্দুর মোট শক্তি একই। অর্থাৎ দোলায়মান একটি সরল দোলক 'শক্তির নিত্যতার সূত্র' মেনে চলে।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৬

১। একটি সরল দোলকের ববের ভর 0·2 kg ও কার্যকর দৈর্ঘ্য 1 m। উল্লম্ব রেখা হতে 0·4 m দূরে টেনে ছেড়ে দিলে গতিপথের সাম্যাবস্থান অতিক্রম কালে ববের গতিশক্তি ও বেগ নির্ণয় কর। A ও B বিন্দুতে শক্তির সংরক্ষণশীলতা প্রযোজ্য হয় কি-না বিশ্লেষণ কর।

ধরি নির্ণেয় বেগ $= v$

শক্তির নিত্যতা সূত্র অনুসারে, O বিন্দু হতে ঝুলন্ত ববের সর্বোচ্চ বিন্দু B-তে স্থিতিশক্তি = সাম্যাবস্থান বিন্দু A-তে গতিশক্তি

এখন, OA বরাবর সর্বোচ্চ উল্লম্ব সরণ

$$AN = OA - ON$$

$$= OA - \sqrt{OB^2 - NB^2}$$

$$= 1 - \sqrt{(1)^2 - (0{\cdot}4)^2}$$

$$= 0{\cdot}083 \text{ m}$$

এখানে,

ববের ভর, $m = 0{\cdot}2$ kg

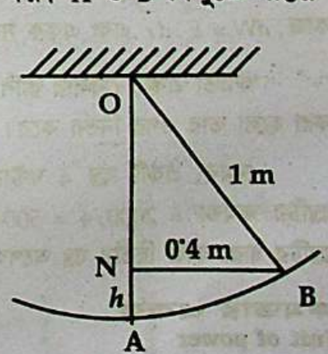
সর্বোচ্চ বিন্দু B = 0·4 m

সাম্যাবস্থায় A = 0

$$OB^2 = ON^2 + BN^2$$

বা, $ON^2 = OB^2 - BN^2$

$\therefore$ $ON = \sqrt{OB^2 - BN^2}$



এখন, সর্বোচ্চ বিন্দুতে স্থিতিশক্তি $= mgh$

প্রশ্নানুসারে,

গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = mgh = 0{\cdot}2 \times 9{\cdot}8 \times {\cdot}083 = 0{\cdot}163$ J

আবার, $\frac{1}{2}mv^2 = mgh \therefore v^2 = 2gh$

বা, $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9{\cdot}8 \times 0{\cdot}083}$

$= 1{\cdot}275 \text{ ms}^{-1}$

শক্তির নিত্যতার সূত্রানুসারে ঝুলন্ত বিন্দু হতে ববের সর্বোচ্চ বিন্দু (B)-তে স্থিতিশক্তি = সাম্যাবস্থান বিন্দু (A) তে গতিশক্তি।

স্থির অবস্থায় গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0{\cdot}2 \times (1{\cdot}275)^2 = 0{\cdot}163$ J

আবার সর্বোচ্চ উচ্চতায় বিভবশক্তি $= mgh = 0{\cdot}2 \times 9{\cdot}8 \times {\cdot}083 = 0{\cdot}163$ J

A বিন্দুতে মোট শক্তি E = বিভবশক্তি + গতিশক্তি $= 0 + {\cdot}163 = 0{\cdot}163$ J

B বিন্দুতে মোট শক্তি E′ = বিভবশক্তি + গতিশক্তি $= 0{\cdot}163 + 0 = 0{\cdot}163$ J

যেহেতু E = E′, কাজেই A ও B বিন্দুতে শক্তির সংরক্ষণশীলতা প্রযোজ্য হয়।

৫.১১ ক্ষমতা
Power

ক্ষমতার ধারণা
Concept of power

বল প্রয়োগে কোনো যন্ত্র বা বস্তু গতির পরিবর্তন ঘটালে ওই যন্ত্র বা বস্তুকে আমরা কাজ করার ক্ষমতা আছে বলে ধরে নেই। বলের ক্রিয়ায় বস্তুর সরণ দ্রুত না ধীরে কীভাবে সম্পন্ন হয়েছে কাজের পরিমাণ দ্বারা তা বুঝা যায় না, ক্ষমতা দ্বারা বুঝা যায়। একক সময়ে কী পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয় তাই ক্ষমতা।

কোনো একটি উৎসের কাজ করার হারকে ক্ষমতা বলে এবং একক সময়ের কৃত কাজ দ্বারা ক্ষমতা পরিমাপ করা হয়।

ব্যাখ্যা : মনে করি কোনো ব্যক্তি বা উৎস t সময়ে W পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে।

∴ একক সময়ের কৃত কাজ বা ক্ষমতা,

$$P = \frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}} = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \qquad (5.40)$$

কাজ সম্পাদনের হার সুষম না হলে তাৎক্ষণিক ক্ষমতা

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$\vec{F}$ পরিমিত একটি ধ্রুব বল কোনো কণার উপর dt সময় ক্রিয়া করে $d\vec{r}$ সরণ ঘটালে, ওই ধ্রুব বল কর্তৃক কৃত কাজ, $dW = \vec{F}.d\vec{r}$ এবং একক সময়ে কৃত কাজ বা ক্ষমতা $= \frac{dW}{dt} = \vec{F}.\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$

ক্ষমতা একটি স্কেলার রাশি। ক্ষমতা কেবল কাজের মোট পরিমাণের ওপর নির্ভর করে না, কত সময়ে ওই কাজ করা হলো তার ওপর নির্ভর করে। কম সময়ে একই কাজ করলে ক্ষমতা বেশি হয়।

যেমন, একটি যন্ত্র 4 ঘণ্টায় 2000 জুল কাজ করে। অপর একটি যন্ত্র 6 ঘণ্টায় 2400 জুল কাজ করে। প্রথম যন্ত্রটির ক্ষমতা = 2000/4 = 500 জুল/ঘণ্টা। দ্বিতীয় যন্ত্রটির ক্ষমতা 2400/6 = 400 জুল/ঘণ্টা। সুতরাং যদিও প্রথম যন্ত্রটির দ্বারা কাজ দ্বিতীয় যন্ত্র অপেক্ষা কম, কিন্তু প্রথম যন্ত্রটির ক্ষমতা বেশি।

ক্ষমতার একক
Unit of power

ক্ষমতার সংজ্ঞা হতে এর একক বের করা যায়।

$$\text{ক্ষমতা} = \frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}} = \frac{\text{জুল}}{\text{সেকেন্ড}} = \text{জুল/সেকেন্ড } (Js^{-1})$$

মাত্রা : $[P] = [ML^2T^{-3}]$

এস. আই. বা আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে ক্ষমতার একক জুল/সে. বা ওয়াট (watt)। এক সেকেন্ডে এক জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক জুল/সে. বা এক ওয়াট বলে।

"কোনো যন্ত্রের ক্ষমতা 50 জুল/সে।"—উক্ত উক্তি দ্বারা বুঝি যন্ত্রটি প্রতি সেকেন্ডে 50 জুল কাজ করতে পারে।

ওয়াট অপেক্ষা বড় মানের আরও একটি একক ক্ষমতা প্রকাশের জন্য ব্যবহৃত হয়। এর নাম **কিলোওয়াট (K. W.)**।

অশ্ব-ক্ষমতা
Horse-power

প্রতি সেকেন্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক অশ্ব-ক্ষমতা বলে।

∴ 1 অশ্ব-ক্ষমতা = 746 জুল/সে = 746 ওয়াট (Watt)।

বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক একক

ক্ষমতার বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক একককে ওয়াট (Watt) বলে। পরিমাপের আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতেও 'ওয়াট' ক্ষমতার একক।

$\therefore$ 1 ওয়াট = 1 জুল/সে

$\therefore$ 1 কিলোওয়াট = 1000 ওয়াট। অর্থাৎ কিলোওয়াট ওয়াট অপেক্ষা এক হাজার গুণ বড়। আধুনিক কালে কিলোওয়াট অপেক্ষা হাজার গুণ বড় অর্থাৎ ওয়াট অপেক্ষা দশ লক্ষ গুণ বড় ক্ষমতার আর একটি একক ব্যবহৃত হচ্ছে। এর নাম মেগাওয়াট (Mega watt)।

$\therefore$ 1 মেগাওয়াট (MW) = 1000 কিলোওয়াট

= 10^6 ওয়াট = 10^6 জুল/সে।

'কোনো বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্রের ক্ষমতা 2 মেগাওয়াট'। এর অর্থ—কেন্দ্রের সরবরাহকৃত বিদ্যুৎ শক্তি দ্বারা প্রতি সেকেন্ডে 2×10^6 জুল বা 2 মেগা-জুল কাজ করা যায়।

ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ (Dimension of power)

আমরা জানি, ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{\text{বল} \times \text{সরণ}}{\text{সময়}}$

$\therefore$ ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ, $[P] = \frac{[\text{বল}]\,[\text{সরণ}]}{[\text{সময়}]}$

$$= \left[\frac{MLT^{-2} \times L}{T}\right]$$

$$= [ML^2T^{-3}]$$

ক্ষমতা, বল ও বেগের মধ্যে সম্পর্ক

Relation among power, force and velocity

মনে করি, কোনো বস্তুর ওপর F বল t সময় ধরে ক্রিয়া করল। এই সময়ে যদি বস্তুটি প্রযুক্ত বলের অভিমুখে s দূরত্ব সরে যায়, তবে ওই বল দ্বারা কাজ, $W = F \times s$

আবার ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv$ ... ... (5.41) $\left[\because s = \frac{v}{t}\right]$

অতএব ক্ষমতা = প্রযুক্ত বল × বস্তুর বেগ

বস্তুর সরণ প্রযুক্ত বলের অভিমুখে না হয়ে যদি এর সঙ্গে θ কোণে ক্রিয়াশীল হয়, তবে

$P = Fv\cos\theta$ ... ... (5.42)

এই সমীকরণ দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল বোঝায়।

$\therefore$ ভেক্টর চিহ্ন অনুযায়ী $P = \vec{F}\cdot\vec{v}$ ... ... (5.43)

এই সমীকরণ ক্ষমতা, বল ও বেগের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

আবর্ত ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে ক্ষমতা :

আবর্ত গতির ক্ষেত্রে আমরা জানি, কাজ, W = টর্ক × কৌণিক সরণ।

$\therefore$ ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{\text{টর্ক} \times \text{কৌণিক সরণ}}{\text{সময়}}$

$\therefore$ ক্ষমতা, P = টর্ক × কৌণিক বেগ

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৭

১। 300 kg ভরের একটি পাথরকে ক্রেনের সাহায্যে 0·1 ms^{-1} বেগে ছাদের ওপরে উঠাতে ক্রেনের কত শক্তি ব্যয় করতে হবে ?

আমরা জানি,

$$P = Fv = 2940 \times 0{\cdot}1 = 294{\cdot}0 \text{ W}$$

এখানে,

$$m = 300 \text{ kg}$$
$$F = 300 \text{ kg} \times 9{\cdot}8 \text{ ms}^{-2} = 2940 \text{ N}$$

২। একটি 20 W ক্ষমতার বৈদ্যুতিক পাখা মিনিটে 200 বার ঘুরছে। পাখার মোটর কত টর্ক উৎপন্ন করছে ?

ধরা যাক, মোটর কর্তৃক উৎপন্ন টর্ক = τ Nm

সুতরাং, 200 বার ঘূর্ণনে কৃত কাজ, $W = 200 \times 2\pi \times \tau$ জুল

প্রশ্নানুসারে, $\frac{200 \times 2\pi \times \tau}{60} = 20$

বা, $\tau = \frac{20 \times 60}{200 \times 2\pi} = \frac{1200}{200 \times 2 \times 3{\cdot}14}$ m

$= 0{\cdot}995$ Nm

৫·১২ কর্মদক্ষতা
Efficiency

আমরা যখন কোনো যন্ত্র বা বস্তু থেকে কাজ পাই তা ওই যন্ত্র বা বস্তুকে কর্মক্ষম করার জন্য সরবরাহকৃত শক্তি অপেক্ষা কম। কেবল যন্ত্রের ক্ষেত্রেই নয়, বাস্তব জীবনের অনেক ক্ষেত্রেই যে শক্তি প্রয়োগ করা হয় তার অংশ বিশেষ কাজে লাগে। বাকী অংশ অপচয় হয়। ইঞ্জিনের ক্ষেত্রে এই অপচয় হওয়া শক্তি ব্যয় হয় চাকার ঘর্ষণ, ইঞ্জিন গরম হওয়া ইত্যাদি কাজে। এ অপচয় সম্পূর্ণরূপে বন্ধ করা যায় না, তবে বিভিন্ন প্রযুক্তি ব্যবহারের মাধ্যমে এই অপচয় হ্রাস করা যায়। এক্ষেত্রে শক্তির সমীকরণ হলো প্রদত্ত শক্তি = লভ্য কার্যকর শক্তি + অন্যভাবে ব্যয়িত শক্তি।

সংজ্ঞা : কোনো যন্ত্রে সরবরাহকৃত শক্তি এবং কাজে পরিণত হওয়ার শক্তির অনুপাতকে কর্মদক্ষতা বলে।

অর্থাৎ কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{\text{কার্যকর শক্তি}}{\text{মোট সরবরাহকৃত শক্তি}}$

কর্মদক্ষতাকে শতকরা হিসেবে প্রকাশ করা যায়। কর্মদক্ষতার একক HP

1 HP = 746 Watt

মনে করি, কোনো যন্ত্রে E_1 পরিমাণ শক্তি প্রদান করা হলো এবং E_2 পরিমাণ শক্তির অপচয় ঘটল। তাহলে কর্মদক্ষতা

$$\eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = \left(1 - \frac{E_2}{E_1}\right) \times 100\% \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.44)$$

কোনো যন্ত্রেরই কর্মদক্ষতা 100% পাওয়া যায় না। কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা 80% বলতে বুঝায় 100 একক শক্তি সরবরাহ করলে তার মাত্র 80 একক শক্তি কাজে লাগবে, বাকি 20 একক শক্তি অপচয় হবে।

৫·১৩ বলের প্রকারভেদ
Types of force

বল দুই প্রকার; যথা— (১) সংরক্ষণশীল বল (Conservative force) এবং
(২) অসংরক্ষণশীল বল (Non-conservative force)

৫·১৩·১ সংরক্ষণশীল বল
Conservative force

যে সংস্থায় বা সিস্টেমে যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে তাকে সংরক্ষণশীল সংস্থা বা সিস্টেম বলে এবং এরূপ সংস্থায় ক্রিয়াশীল বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে। অন্যভাবে বলা যায়, একটি বন্ধ পথে কোনো বল দ্বারা মোট কৃত কাজের পরিমাণ শূন্য হলে সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলা হয়।

অথবা, যে বল কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়া করলে তাকে যে কোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে বল কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে। উদাহরণ—অভিকর্ষীয় বল, বৈদ্যুতিক বল, আদর্শ স্প্রিং-এর বিকৃতি প্রতিরোধী বল প্রভৃতি।

সংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য :

(১) এই বল শুধু অবস্থানের ওপর নির্ভর করে।

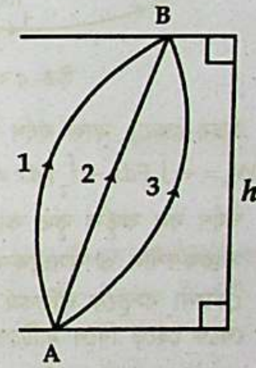
(২) সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃত কাজ সম্পূর্ণভাবে পুনরুদ্ধার করা যায়।

(৩) একটি বস্তুকে এক স্থান হতে অন্য স্থানে স্থানান্তরে কাজ পথের ওপর নির্ভর করে না; কেবল বস্তুর আদি ও চূড়ান্ত অবস্থানের ওপর নির্ভর করে।

(৪) সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্র পালিত হয়।

(৫) পূর্ণচক্রে মোট কাজ শূন্য হয়।

ধরি m ভরের একটি বস্তুকে A বিন্দু হতে ওপরে উঠিয়ে B বিন্দুতে স্থাপন করা হলো এবং এতে বস্তুটির উল্লম্ব সরণ হলো h [চিত্র ৫·২৬]। এই স্থানান্তর 1নং, 2নং বা 3নং পথে হলেও প্রত্যেক পথের সকল বিন্দুতে অভিকর্ষীয় বল mg খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে এবং প্রত্যেক পথে অভিকর্ষীয় বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর বস্তুর সরণ h। এই তিন পথের প্রত্যেক পথে কাজের পরিমাণ সমান এবং কাজ $W = -mgh$।



চিত্র ৫·২৬

আবার বস্তুটিকে A বিন্দু হতে 1নং পথে B বিন্দুতে এনে পুনরায় তাকে B বিন্দু হতে A বিন্দুতে স্থানান্তর করলে, প্রথম স্থানান্তরে অভিকর্ষীয় বলের বিপরীত দিকে সরণ = h ও কাজ $W_1 = -mgh$ এবং দ্বিতীয় স্থানান্তরে অভিকর্ষীয় বলের অভিমুখে সরণ = h ও কাজ $W_2 = mgh$.

$\therefore$ মোট কৃত কাজ, $W_2 + W_1 = mgh + (-mgh) = 0$

কাজেই অভিকর্ষীয় বল সংরক্ষণশীল বল এবং এই বল কর্তৃক কৃত কাজ পুনরুদ্ধার করা সম্ভব। সংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য অনুসারে এর আর একটি সংজ্ঞা দেয়া যায়। যেমন **যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তুকে এক বিন্দু হতে অপর কোনো বিন্দুতে নিয়ে যেতে ওই বল কর্তৃক কৃত কাজ শুধু বিন্দুদ্বয়ের অবস্থানের ওপর নির্ভর করে—পথের ওপর নির্ভর করে না তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে।**

অনুধাবনমূলক কাজ : "মহাকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল"—ব্যাখ্যা কর।

মহাকর্ষ বল দ্বারা কাজ আদি ও চূড়ান্ত অবস্থানের ওপর নির্ভর করে, গতিপথের ওপর নয়। এই বল দ্বারা কাজ পুনরুদ্ধার করা যায়। মহাকর্ষ ক্ষেত্রে কোনো বস্তুকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে আদি অবস্থানে আনলে কাজ শূন্য হয়। তাই মহাকর্ষ বল সংরক্ষণশীল বল।

৫·১৩·২ অসংরক্ষণশীল বল
Non-conservative force

যে বল কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়া করলে তাকে যে কোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে ওই বল কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য হয় না তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলে। উদাহরণ—ঘর্ষণ বল, সান্দ্র বল প্রভৃতি।

অথবা, যে সংস্থায় বা সিস্টেমে বাধাজনিত বল উপস্থিত থাকে সেখানে যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে না, বরং যান্ত্রিক শক্তির অপচয় হয়, এ ধরনের সংস্থা বা সিস্টেমকে অসংরক্ষণশীল সংস্থা বলা হয় এবং এই বাধাজনিত বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলা হয়।

অন্যভাবে বলা যায়, **একটি বন্ধ পথে কোনো বল দ্বারা কৃত মোট কাজের পরিমাণ যদি শূন্য না হয় তবে সেই বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলা হয়।**

অসংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য :

(১) এই বল শুধু অবস্থানের ওপর নির্ভর করে না।

(২) একটি বস্তুকে এক স্থান থেকে আরেক স্থানে স্থানান্তরে কাজ পথের ওপর নির্ভর করে।

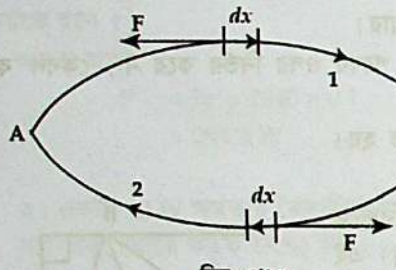
(৩) অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা যায় না।

(৪) অসংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক সূত্রের নিত্যতার সূত্র সংরক্ষিত হয় না।

(৫) পূর্ণচক্রে মোট কাজ শূন্য হয় না।

ধরি একটি বস্তুকে মসৃণ অনুভূমিক মেঝের ওপর দিয়ে ঠেলে A বিন্দু হতে 1নং পথে B বিন্দুতে আনা হলো [চিত্র ৫·২৭]। এই ক্ষেত্রে ঘর্ষণ বল বস্তুর গতি অভিমুখের বিপরীতে ক্রিয়া করবে। কাজেই এই স্থানান্তরে ঘর্ষণ বলের

বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে; কারণ ঘর্ষণ বল সর্বদাই গতিপ্রতিরোধী বল। গতিপথে একটি ক্ষুদ্র সরণ dx এবং এই সরণ গড় F ঘর্ষণ বলের বিপরীতে সংঘটিত হলে, কাজ $W = -Fdx$।



চিত্র ৫.২৭

∴ 1নং পথে A হতে B পর্যন্ত নিতে মোট কৃত কাজ এরূপ ছোট ছোট কাজের সমষ্টির সমান ও মোট কাজ, $W_1 = -\int_1 Fdx$।

এখন যদি বস্তুটিকে B হতে 2নং পথে পুনরায় A বিন্দুতে নিয়ে যাওয়া হয় তবে এই ক্ষেত্রেও ঘর্ষণ বল বস্তুর গতিপথের বিপরীতে ক্রিয়া করবে।

কাজেই এই ক্ষেত্রেও কাজ,
$W_2 = -\int_2 Fdx.$

উভয় ক্ষেত্রে কাজ ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে হওয়ায় উভয় কাজ ঋণাত্মক এবং তাদের যোগফল শূন্য হবে না। অর্থাৎ $W_1 + W_2 = -\int_1 Fdx - \int_2 Fdx \neq 0$

ঘর্ষণ বল কর্তৃক কৃত কাজ পুনরুদ্ধার করা সম্ভব নয়। অতএব ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল।

সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বল ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী দেখানো যায় যে,

কোনো বস্তুকে অভিকর্ষ বল F-এর বিরুদ্ধে মাটি হতে h ওপরে তুলতে কাজের পরিমাণ $= -Fh$। এখন তাকে সেখান থেকে ছেড়ে দিলে মাটিতে ফিরে আসতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজের পরিমাণ হবে $+Fh$.

সুতরাং বস্তুর মাটি হতে ওপরে ওঠার পর আবার মাটিতে ফিরে আসতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজের পরিমাণ $(-Fh + Fh)$ শূন্য হবে। সুতরাং অভিকর্ষ বা মাধ্যাকর্ষণ বল সংরক্ষণশীল বল। তেমনি বিদ্যুৎ বল, চৌম্বক বল ইত্যাদি সংরক্ষণশীল বল।

অপর পক্ষে, ঘর্ষণের ক্ষেত্রে, ঘর্ষণ বল বস্তুকে চলতে বাধা দেয়। সেজন্যে এর দ্বারা বস্তুর ওপর কাজ ঋণ হয়। অতএব ঘর্ষণ বল হলো অসংরক্ষণশীল বল।

অনুধাবনমূলক কাজ : ঘর্ষণ বল সংরক্ষণশীল বল নয় কেন ? ব্যাখ্যা কর।

এক্ষেত্রে কোনো এক বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে যে কোনো পথ ঘুরে আবার ওই বিন্দুতে ফিরে এলে কৃত কাজ শূন্য হয় না। ঘর্ষণ বল দ্বারা কাজ আদি ও চূড়ান্ত পথের ওপর নির্ভর করে না, গতিপথের ওপর নির্ভর করে। ঘর্ষণ বল কর্তৃক কাজ পুনরুদ্ধার করা সম্ভব নয়। অতএব ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল।

গাণিতিক উদাহরণ ৫.৮

১। 270 kg ভরের একটি বোঝা একটি ক্রেনের সাহায্যে $0{\cdot}1\ ms^{-1}$ বেগে ওঠানো হলো। ক্রেনের ক্ষমতা নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \times s}{t} = Fv$$
$$= mgv \quad [\because F = mg]$$
$$\therefore P = 270 \times 9{\cdot}8 \times 0{\cdot}1\ W = 264{\cdot}6\ W$$

এখানে,
ভর, $m = 270\ kg$
বেগ, $v = 0{\cdot}1\ ms^{-1}$
$g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$
ক্ষমতা, $P = ?$

২। 900 kg ভরের একটি লিফট 350 kg ভরের বোঝাসহ 100 s-এ নিচতলা থেকে 18 তলায় 75 m ওপরে ওঠে। কৃত কাজ ও প্রযুক্ত ক্ষমতা নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

কৃত কাজ, $W = mgh$
$$\therefore W = 1250 \times 9{\cdot}8 \times 75$$
$$= 9{\cdot}187 \times 10^5\ J$$

আবার, ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t}$
$$\therefore P = \frac{9{\cdot}187 \times 10^5}{100} = 9{\cdot}187 \times 10^3 = 9{\cdot}187\ kW$$

এখানে,
মোট ভর, $m = 900 + 350 = 1250\ kg$
উচ্চতা, $h = 75\ m$
সময়, $t = 100\ s$
$g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$
$W = ?$
$P = ?$

৩। 3430 W ক্ষমতাসম্পন্ন একটি মোটর চালিত পাম্প দ্বারা একটি কূপ হতে গড়ে 7·20 m উচ্চতায় পানি উঠানো হয়। মোটরের দক্ষতা 90% হলে প্রতি মিনিটে কত কিলোগ্রাম পানি ওঠে ? [ব. বো. ২০০৬]

ধরি নির্ণেয় ভর = m kg

আমরা জানি, কার্যকর ক্ষমতা (P′) = দক্ষতা (η) × প্রকৃত ক্ষমতা (P)

প্রশ্নানুযায়ী মোটরের কার্যকর ক্ষমতা $P' = \eta \times P = \frac{90}{100} \times 3430\text{ W} = 3087\text{ W}$

প্রতি মিনিটে প্রাপ্ত কাজ, $W = mg \times h = (m \times 9{\cdot}8) \times 7{\cdot}20\text{ J}$

$\therefore$ কার্যকর ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{m \times 9{\cdot}8 \times 7{\cdot}20}{60}\text{ W}$

শর্তানুযায়ী, $\frac{m \times 9{\cdot}8 \times 7{\cdot}20}{60} = 3087$

$\therefore m = \frac{3087 \times 60}{9{\cdot}8 \times 7{\cdot}20} = 2625\text{ kg}$

এখানে, $P = 3430\text{ W}$
$\eta = 90\% = 90/100$
$g = 9{\cdot}8\text{ ms}^{-2}$
$h = 7{\cdot}20\text{ m}$
t = 1 মিনিট = 60 s

৪। একটি কূয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000 kg পানি 10 m গড় উচ্চতায় ওঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 40% নষ্ট হয়, তাহলে এর অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। [সি. বো. ২০০৮; ব. বো. ২০০৫]

আমরা জানি, কার্যকর ক্ষমতা, $P' = \frac{P \times 60}{100}$

$\therefore \quad P = \frac{P' \times 100}{60}$

এক্ষেত্রে ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 40% নষ্ট হওয়াতে কার্যকর ক্ষমতা = (100 − 40) % = 60%

$$\therefore \quad P = \frac{mgh \times 100}{60 \times t} = \frac{1000 \times 9{\cdot}8 \times 10 \times 100}{60 \times 60}$$

$$= 2{\cdot}7222 \times 10^3\text{ watt}$$

$$= \frac{2{\cdot}7222 \times 10^3}{746}\text{ HP} = 3{\cdot}65\text{ HP}$$

$$\therefore \quad P = 3{\cdot}65\text{ HP}$$

এখানে,
$P' = \frac{mgh}{t}$
$m = 1000\text{ kg}$
$g = 9{\cdot}8\text{ ms}^{-2}$
$h = 10\text{ m}$
$t = 60\text{ s}$

৫। $v_1 = 16\text{ ms}^{-1}$ গতিবেগে ছুটে আসা একটি টেনিস্ বল র‍্যাকেট দিয়ে বিপরীত দিকে $v_2 = 20\text{ ms}^{-1}$ বেগে ফেরত পাঠানো হলো। বলটির গতিশক্তির পরিবর্তন $\Delta E = 9{\cdot}25\text{ J}$ হলে বলটির ভরবেগের পরিবর্তন নির্ণয় কর।

ধরা যাক, টেনিস বলের ভর $= m$

প্রশ্নানুসারে গতিশক্তির পরিবর্তন,

$$\Delta E = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} m (20^2 - 16^2)$$

$$\therefore \quad 9{\cdot}25 = \frac{1}{2} m \times 144 = 72\,m$$

$$\therefore \quad m = \frac{9{\cdot}25}{72} = 0{\cdot}1285\text{ kg}$$

এখানে,
$v_1 = 16\text{ ms}^{-1}$
$v_2 = 20\text{ ms}^{-1}$
$\Delta E = 9{\cdot}25\text{ J}$
$\Delta mv = ?$

এখন, ভরবেগের পরিবর্তন, $\Delta mv = m\,[v_2 - (-v_1)] = 0{\cdot}1285\,(20 + 16) = 4{\cdot}626\text{ kg ms}^{-1}$

৬। একটি কপিকলের রশি পানি ভর্তি একটি বালতিকে কূয়া হতে $0{\cdot}70\text{ ms}^{-1}$ সমদ্রুতিতে ওপরে তুলতে পারে। রশিটি 20 kW ক্ষমতা প্রয়োগ করলে রশির ওপর টান কত হবে ?

আমরা জানি,

$$P = Fv$$

$$\text{বা,} \quad F = \frac{P}{v}$$

$$= \frac{20 \times 10^3}{0{\cdot}70} = 28{\cdot}57 \times 10^3\text{ N}$$

এখানে,
$v = 0{\cdot}70\text{ ms}^{-1}$
$P = 20\text{ kW} = 20 \times 10^3\text{ W}$
টান, $F = ?$

৭। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা এবং ব্যাস যথাক্রমে 10 m ও 1˙5 m। একটি পাম্প 25 মিনিটে কুয়াটিকে পানি শূন্য করতে পারে। পাম্পের অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। 0˙4 HP ক্ষমতার আরও একটি পাম্প যুক্ত করলে কী পরিমাণ সময় সাশ্রয় হবে ? [য. বো. ২০১৫]

আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \times h}{t}$$

$$= \frac{mgh}{t} \qquad [\because m = v\rho = \pi r^2 l \rho]$$

$$= \frac{\pi r^2 l \rho g h}{t}$$

$$= \frac{3.14 \times (0.75)^2 \times 10 \times 10^3 \times 9.8 \times 5}{1500}$$

$$= 576.975 \text{ W} = \frac{576.975}{746} \text{HP} = 0.773 \text{ HP}$$

এখানে,
কুয়ার গভীরতা, $l = 10$ m
কুয়ার ব্যাস, $d = 1.5$ m
কুয়ার ব্যাসার্ধ, $r = 0.75$ m
সময়, $t = 25 \text{ min} = 25 \times 60 = 1500$ s
গড় উচ্চতা, $h = \frac{0 + 10}{2} = 5$ m
পাম্পের ক্ষমতা, $P = ?$
অপর পাম্পের ক্ষমতা, $P_1 = 0.4$ HP
$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

$\therefore$ মোট ক্ষমতা $P + P_1 = 0.773 + 0.4 = 1.173 \text{ HP} = 1.173 \times 746 \text{ Js}^{-1}$

মিলিত পাম্প দ্বারা পানি শূন্য করতে প্রয়োজনীয় সময় t_1 হলে

$$P + P_1 = \frac{W}{t_1}$$

বা, $$t_1 = \frac{W}{P + P_1} = \frac{\pi r^2 l \rho g h}{1.173}$$

$$= \frac{3.14 \times (0.75)^2 \times 10^3 \times 9.8 \times 5}{1.173 \times 746}$$

$$= 989.0345 \text{ s} = 16.48 \text{ min.}$$

$\therefore$ সময় সাশ্রয় হবে $= (25 - 16.48) \text{ min} = 8.52 \text{ min}$

৮। একটি ক্রেন প্রতিটি 50 kg ওজনের 12টি সিমেন্টের ব্যাগ সমদ্রুতিতে 160 m উঁচু একটি নির্মাণাধীন ভবনের ছাদে ওঠাতে 1 min 10 sec সময় নেয়। ক্রেনটির ক্ষমতা অশ্বশক্তিতে বের কর। [BUET Admission Test, 2017-18]

আমরা জানি,

$$P = \frac{mgh}{t \times 746} \text{HP}$$

$$= \frac{600 \times 9.8 \times 160}{70 \times 746} \text{HP}$$

$$= 18.016 \text{ HP}$$

এখানে,
$m = 50 \times 12 = 600$ kg
$h = 160$ m
$t = 1 \text{ min } 10 \text{ sec} = 70$ sec

৯। একটি ইঞ্জিন 200 m গভীর কূপ থেকে প্রতি মিনিটে 500 kg পানি উত্তোলন করে। যদি 20% ক্ষমতার অপচয় হয় তাহলে ইঞ্জিনটির প্রকৃত ক্ষমতা কত ? [BUET Admission Test, 2012-13]

আমরা জানি,

$$P' = \frac{mgh}{t} = \frac{500 \times 9.8 \times 200}{60}$$

$$= 16.33 \text{ kW}$$

এবং $$\eta = \frac{P'}{P}$$

বা, $$0.8 = \frac{16.33}{P}$$

বা, $$P = \frac{16.33}{0.8}$$

$\therefore$ $P = 20.41$ kW

১০। একটি পানি পূর্ণ কূয়ার দৈর্ঘ্য 10 m, প্রস্থ 6 m এবং গভীরতা 10 m। 80% কর্মদক্ষতাবিশিষ্ট একটি পাম্প 30 মিনিটে কূয়াটিকে পানি শূন্য করতে পারে। পাম্পটির অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। [CUET Admission Test, 2009-10]

আমরা জানি,

$$P' = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho V \times g \times h}{t}$$

$$= \frac{10^3 \times 10 \times 6 \times 10 \times 9{\cdot}8 \times \frac{10}{2}}{30 \times 60}$$

$$= 16333{\cdot}33 \text{ W}$$

আবার,

$$P = \frac{P'}{\eta}$$

বা, $P = \frac{P'}{0{\cdot}8} = \frac{16333{\cdot}33}{0{\cdot}8 \times 746} \text{ HP} = 27{\cdot}36 \text{ HP}$

১৭। একটি দালানের ছাদের সাথে লাগানো 5 m লম্বা একটি মই অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে আছে। 60 kg ভরের এক ব্যক্তি 20 kg ভরের ইট সহ 10 sec-এ ছাদে উঠলে তার অশ্বক্ষমতা বের কর।

[RUET Admission Test, 2011-12]

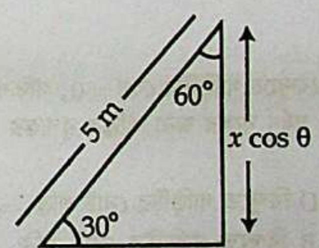
আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fx\cos\theta}{t} = \frac{mgx\cos\theta}{t}$$

$$P = \frac{60 \times 9{\cdot}8 \times 5 \times \cos 60^\circ}{10}$$

$$= \frac{1470}{10} = 147 \text{ W}$$

$$= \frac{147}{746} \text{ HP} = 0{\cdot}197 \text{ HP}$$



প্রয়োজনীয় গাণিতিক সূত্রাবলি

কাজ, $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ ... ... (1)

কাজ, $W = Fs\cos\theta$ ... ... (2)

স্প্রিং প্রসারণে কাজ, $W = \frac{1}{2}Kx^2$ ... ... (3)

স্প্রিং ধ্রুবক, $K = \frac{F}{x}$ ... ... (4)

বিভব শক্তি, $E_p = mgh$ ... ... (5)

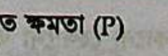
গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ... ... (6)

ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = Fv$ ... ... (7)

স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি, $E_p = \frac{1}{2}Kx^2$ ... ... (8)

যান্ত্রিক শক্তি, $E = E_p + E_k$ ... ... (9)

কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{\text{কার্যকর শক্তি}}{\text{প্রদত্ত মোট শক্তি}}$ ... ... (10)

ক্ষমতা, $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv\cos\theta$ 

... ... (11)

কার্যকর ক্ষমতা, $P' = \eta \times$ প্রকৃত ক্ষমতা (P) ... ... (12)

কাজ, $W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ ... ... (13)

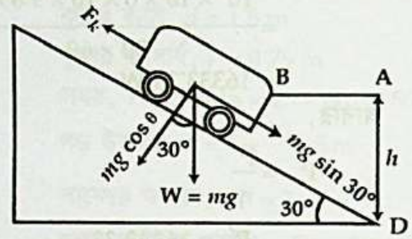
$W = \Delta K$ ... ... (14)

উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনার গাণিতিক উদাহরণ

১। একজন ড্রাইভার 1000 kg ভরের একটি ট্রাক মাটির সাথে 30° কোণে একটি আনত তলের ওপর দিয়ে $25\ ms^{-1}$ বেগে চালাচ্ছিল। সামনে 50 m দূরে এক বালককে দেখে ট্রাকটি থেমে গেল।

(ক) ট্রাকটি ভূমি হতে কত উঁচুতে আছে ?

(খ) এক্ষেত্রে B ও D বিন্দুতে সংরক্ষণশীলতার নীতি পালিত হবে কি?—ব্যাখ্যা কর। [ধর ঘর্ষণ বল = 11150 N]



(ক) মনে করি, ট্রাকটি B বিন্দু হতে 50 m অতিক্রম করে D বিন্দুতে থেমে যায়। তাহলে B হতে D বিন্দুর উল্লম্ব দূরত্ব $AD = h$

$\therefore\ \sin 30° = \frac{h}{50}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{50}$ বা, $h = \frac{50}{2} = 25\ \text{m}$

B বিন্দুতে ট্রাকটি ভূমি হতে 25 m উচ্চতায় অবস্থিত।

এখানে,
$m = 1000$ kg
$\theta = 30°$
$s = 50$ m
শেষ বেগ, $v = 0$
B বিন্দুতে ট্রাকটির বেগ, $v_B = 25\ ms^{-1}$
ঘর্ষণ বল = 11150 N

(খ) B বিন্দুতে ট্রাকটির মোট শক্তি = গতিশক্তি + বিভবশক্তি

$$= \frac{1}{2}\, mv_B^2 + mgh$$
$$= \frac{1}{2} \times 1000 \times (25)^2 + 1000 \times 9·8 \times 25$$
$$= 500 \times (25)^2 + 25000 \times 9·8$$
$$= 312500 + 245000 = 557500\ \text{J}$$

D বিন্দুতে গাড়িটির বেগ = 0, গতিশক্তি = 0, বিভবশক্তি = 0

$\therefore$ ঘর্ষণ বলের জন্য শক্তির রূপান্তর = D বিন্দুতে গাড়িটিকে থামাতে প্রয়োজনীয় শক্তি

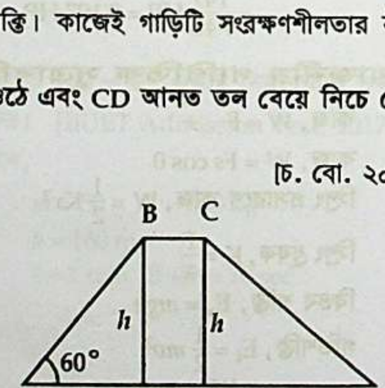
= ঘর্ষণ বল × সরণ $= F_k \times s = 11150 \times 50 = 557500$ J

$\therefore$ D বিন্দুতে গাড়িটির মোট শক্তি $= 557500 + 0 + 0 = 557500$ J

$\therefore$ B বিন্দুতে গাড়িটির মোট শক্তি = D বিন্দুতে গাড়িটির মোট মক্তি। কাজেই গাড়িটি সংরক্ষণশীলতার নীতি মেনে চলে।

২। চিত্রে প্রদর্শিত AB মই বেয়ে 30 kg ভরের একটি বালক ওপরে ওঠে এবং CD আনত তল বেয়ে নিচে নেমে আসে। তলের ঘর্ষণ বল 50 N।

চিত্রে AB = 4 m, BC = 1 m এবং CD = 5 m [চ. বো. ২০১৫]



(ক) বালকটি A হতে C বিন্দুতে পৌঁছাতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ হিসাব কর।

(খ) CD পথে নামার সময় বালকটির ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণ থেকে কম না বেশি হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

(ক) AD হতে BC তলের উচ্চতা h হলে $\frac{h}{AB} = \sin 60°$

$\therefore h = AB \sin 60° = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3·46$ m

B থেকে C বিন্দুতে যেতে কৃত কাজ $W = mg \times BC = m \times 0 \times BC = 0$

$\therefore$ A হতে C বিন্দুতে পৌঁছাতে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ, $W = E_p = 30 \times 9·8 \times 3·46 = 1018·4$ J

(খ) CD পথে কোনো ঘর্ষণ না থাকলে CD তল বরাবর নিচের দিকে বালকটির ত্বরণ হতো $g' = g \sin \theta$, θ হলো ভূমির সাথে CD তলের আনতি।

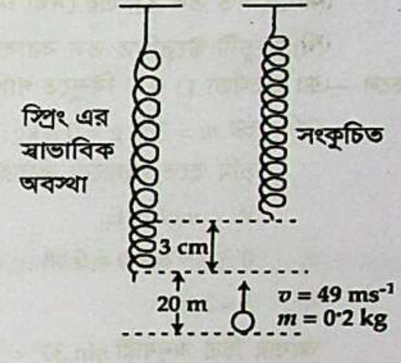
আবার $\sin \theta = \frac{h}{CD} = \frac{3·46}{5} = 0·6928$

বা, $\theta = \sin^{-1}(0·6928) = 43·85°$

$\therefore\ g' = 9·8 \times \sin 43·85° = 6·79\ ms^{-2}$ [সূত্র : যে কোনো হেলানো তলে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' = g \times \sin \theta$]

$\therefore\ g' < g$। সুতরাং কোনো ঘর্ষণ না থাকলে CD বরাবর নিচের দিকে ত্বরণ হতো $6·79\ ms^{-2}$, আর ঘর্ষণ থাকলে ত্বরণ আরো কম হবে। অতএব CD পথে নামার সময় বালকটির ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণের চেয়ে কম হবে।

৩। চিত্রে একটি স্প্রিং এর এক প্রান্ত O বিন্দু হতে ঝুলানো হলো। 0·2 kg ভরের একটি বলকে 49 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করায় এটি 20 m উপরে স্প্রিংটির অপর প্রান্তে আঘাত করে 3 cm সংকুচিত করে, স্প্রিংটিও বলের ওপর প্রত্যায়নী বল প্রয়োগ করে। [রা. বো. ২০১৫]



(ক) ভূমিতে আঘাতের পূর্ব মুহূর্তে বলটির বেগ নির্ণয় কর।

(খ) উদ্দীপক থেকে স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজ নির্ণয় সম্ভব কি-না? গাণিতিক যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

(ক) ভূমিতে আঘাতের পূর্ব মুহূর্তে বলটির বেগের মান নিক্ষেপের সময় বেগের মানের সমান কিন্তু দিক বিপরীত হবে অর্থাৎ বেগের মান 49 ms^{-1} হবে। কারণ বলটিকে নিক্ষেপ করা হতে ভূমিতে ফিরে আসা পর্যন্ত এর ওপর ক্রিয়াশীল, অভিকর্ষ বল এবং স্প্রিং বল উভয়ই সংরক্ষণশীল এবং একটি পূর্ণচক্র সম্পন্ন করে পূর্বের অবস্থানে ফিরে এলে সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কাজ শূন্য হয়।

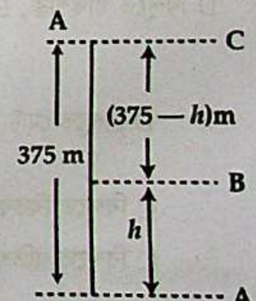
(খ) স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজ শূন্য। কারণ বলটি স্প্রিংটিকে স্পর্শ করার সময় এর যে বেগ থাকবে, স্প্রিং থেকে মুক্ত হওয়ার সময় সে বেগ প্রাপ্ত হবে। স্প্রিং সংকোচনের সময় স্প্রিং বল দ্বারা ঋণাত্মক কাজ হবে এবং প্রসারণের সময় সমপরিমাণ ধনাত্মক কাজ হবে; ফলে মোট কৃত কাজ শূন্য হবে।

স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজ = আঘাত করার মুহূর্তে বলটির গতিশক্তি

$$= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 0·2 \times 2000 = 200·9 \text{ J}$$

সুতরাং উদ্দীপক থেকে স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজ নির্ণয় করা সম্ভব।

৪। পেট্রোনাস টুইন টাওয়ারের শীর্ষতলের উচ্চতা 375 m। কাসেম 10 kg ভরের একটি বস্তুসহ শীর্ষতলে আরোহণ করে। এতে সময় লাগে 40 মিনিট। সে শীর্ষতল থেকে বস্তুটি নিচে ফেলে দিল। উহা বিনা বাধায় ভূমিতে পতিত হলো। মনির বলল, "আমি এ কাজটি করতে পারব।" কাসেমের ভর এবং মনিরের ভর যথাক্রমে 60 kg ও 55 kg। [সি. বো. ২০১৫]



(ক) ভূমি থেকে কত উচ্চতায় বস্তুটির বিভব শক্তি এর গতিশক্তির দ্বিগুণ হবে?

(খ) মনির কি একই সময়ে কাজটি করতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ পূর্বক মতামত দাও।

(ক) মনে করি ভূমি হতে h উচ্চতায় বিভবশক্তি গতিশক্তির দ্বিগুণ।

ভূমি হতে h উচ্চতায় বিভবশক্তি $E_p = mgh$ ... ... (i)

যেহেতু টাওয়ারের উচ্চতা 375 m কাজেই ওপর থেকে B বিন্দুর উচ্চতা = $(375 - h)$ m

গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m [v_0^2 + 2g(375 - h)] = \frac{1}{2} m [2g(375 - h)]$

$E_k = mg(375 - h)$ ... ... (ii)

প্রশ্নমতে, $E_p = 2E_k$

বা, $mgh = 2 \times mg(375 - h)$

বা, $h = 2(375 - h)$

বা, $h = 750 - 2h$

বা, $3h = 750$

$\therefore$ $h = 250$ m

(খ) উদ্দীপক অনুযায়ী টাওয়ারের উচ্চতা, $h = 375$ m

কাসেমের ক্ষেত্রে ভর, $m = (10 + 60)$ kg = 70 kg

সময়, $t = 40$ min = 40×60 sec = 2400 sec

$\therefore$ ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{70 \times 9·8 \times 375}{2400} = 107·2$ watt

আবার মনিরের ক্ষেত্রে ভর, $m' = (10 + 55)$ kg = 65 kg

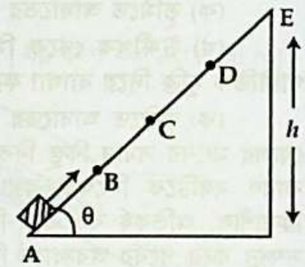
সময় $t = 40$ min = 2400 sec

ক্ষমতা, $P' = \frac{W'}{t} = \frac{m'gh}{t} = \frac{65 \times 9·8 \times 375}{2400} = 99·5$ watt

মনির 99·5 watt ক্ষমতা প্রয়োগ করলে একই সময়ে কাজটি করতে পারবে।

৫। 300 g ভরের একটি বস্তু অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে রক্ষিত হলে 5·88 J গতিশক্তি প্রয়োগে A থেকে E বিন্দুতে ঘর্ষণহীনভাবে ঠিক পৌঁছে যায়। পরক্ষণে বস্তুটি E বিন্দু থেকে উক্ত তল বরাবর A এর দিকে পড়তে থাকে। চিত্র অনুযায়ী AB = BC = CD = DE

(ক) আনত তল AE এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।



(খ) বস্তুটি উল্লেখিত তল বরাবর পড়ার সময় যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলে—এর যথার্থতা D ও C বিন্দুতে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মূল্যায়ন কর।

(ক) ভর $m = 300\text{ g} = 0\cdot3\text{ kg}$; মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 30°$; গতিশক্তি, $E_k = 5\cdot88\text{ J}$

ভূমি হতে হেলানো তলের উচ্চতা h হলে,

$W = mgh = E_p$

$\therefore\quad 0\cdot3 \times 9\cdot8 \times h = 5\cdot88$

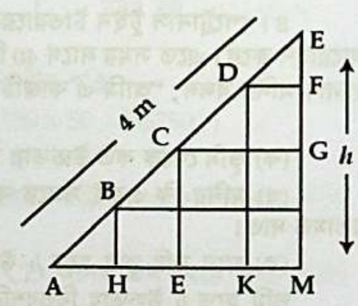
বা, $h = 2\text{m}$

আবার চিত্র অনুযায়ী $\sin 30° = \dfrac{h}{AE}$

বা, $\dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{AE}$

$\therefore AE = 4\text{m}$

(খ) 'ক' হতে প্রাপ্ত $h = 2\text{m}$, $AE = 4\text{m}$। আবার যেহেতু AB = BC = CD = DE সেহেতু AC = EC = 2 m, AD = 3m এবং ED = 1m



আমরা পাই, $\sin A = \dfrac{h}{AE}$

D বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_p = mg \times DK$ ... ... (i)

D বিন্দুতে গতিশক্তি, $E_k = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}m\,[v_0^2 + 2g\,(EF)]$

$= \dfrac{1}{2}m\,[2g\,(EM - DK)]\quad [\because v_0 = 0]$ ... (ii)

$\therefore$ D বিন্দুতে মোট শক্তি $= E_p + E_k = mgDK + mgEM - mgDK$

$= mgEM$

C বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_p = mg\,E'C$ ... ... (iii)

C বিন্দুতে গতিশক্তি, $E_k = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}m\,(2g\,EG)$

$= \dfrac{1}{2}m \times 2g\,(EM - E'C)$

$= mg\,EM - mgE'C$ ... (iv)

$\therefore$ C বিন্দুতে মোট শক্তি $= E_p + E_k = mgE'C + mgEM - mgE'C = mgEM$

দেখা যায় যে, D ও C বিন্দুতে মোট শক্তি সমান। তাই আনত তলে D ও C বিন্দুতে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা মেনে চলে।

৬। সফিক 1500 kg ভরের একটি গাড়ি নিয়ে পাহাড়ি রাস্তায় চলছে, যা ভূমির সাথে 30° কোণে আনত। গাড়িটির বেগ 25 ms^{-1}। সামনে একটি গাড়ি দেখে গাড়িটি 50 m দূরত্ব অতিক্রম করে থেমে গেল।

(ক) গাড়িটির ওপর ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল কত হবে?

(খ) এক্ষেত্রে গাড়িটি শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি মেনে চলে কি-না বিশ্লেষণ কর।

(ক) দেওয়া আছে, গাড়িটির ভর, $m = 1500\text{ kg}$

সরণ, $s = 50\text{ m}$

শেষ বেগ, $v = 0$

আদিবেগ, $v_0 = 25\ ms^{-1}$
ধরি বাধাদানকারী বল = F_k
নিট বল দ্বারা কৃত কাজ = বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তন
বা, বল × সরণ = আদি গতিশক্তি — শেষ গতিশক্তি

বা, $(F_k - mg \sin 30°) \times 50 = \frac{1}{2} mv_0^2 - \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mv_0^2 \quad (\because v = 0)$

বা, $\left(F_k - 1500 \times 9.8 \times \frac{1}{2}\right) \times 50 = \frac{1}{2} \times 1500 \times (25)^2$

বা, $F_k = \frac{1500 \times (25)^2}{100} + \frac{1500 \times 9.8}{2}$

$\therefore \quad F_k = 16725\ N$

(খ) আবার মনে করি গাড়িটি B বিন্দু হতে 50 m অতিক্রম করে C বিন্দুতে থেমে গেল। চিত্র অনুযায়ী B ও C বিন্দুর মধ্যবর্তী উল্লম্ব দূরত্ব, $AC = h$

$\therefore \quad \sin 30° = \frac{h}{50}$

বা, $h = 50 \times \frac{1}{2} = 25\ m$

B বিন্দুতে গাড়িটির মোট শক্তি = গতিশক্তি + বিভবশক্তি

$= \frac{1}{2} mv^2 + mgh$

$= \frac{1}{2} \times 1500 \times (25)^2 + 1500 \times 9.8 \times 25 = 836250\ J$

C বিন্দুতে গাড়িটির বেগ $= 0$
গতিশক্তি $= 0$
ভূমি হতে গাড়িটির উচ্চতা, $h = 0$
বিভবশক্তি $= 0$
ঘর্ষণ বলের দরুন শক্তির রূপান্তর = গাড়িটিকে থামাতে প্রয়োজনীয় শক্তি
= ঘর্ষণ বল × সরণ
$= F_k \times s = (16725 \times 50)$
$= 836250\ J$
C বিন্দুতে মোট শক্তি = স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি + ঘর্ষণ বলের দরুন শক্তির রূপান্তর
$= 0 + 0 + 836250 = 836250\ J$

সুতরাং, B ও C বিন্দুতে মোট শক্তির পরিমাণ একই। তাই B ও C বিন্দুতে গাড়িটি শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি মেনে চলে।

৭। সোহেল সাহেব ভূগর্ভস্থ রিজার্ভ ট্যাংক হতে বিল্ডিং-এর ছাদে সম্পূর্ণ পানি উঠানোর জন্য 1.2 kW ক্ষমতার একটা পাম্প ক্রয় করলেন। পাম্পটির গায়ে কর্মদক্ষতা 90% লেখা আছে। ট্যাংকটি সিলিন্ডার আকৃতির এবং ব্যাস 2m ও উচ্চতা 4 m। ট্যাংক হতে ছাদের উচ্চতা 28m।

(ক) পানির পাম্পটি দৈনিক সর্বোচ্চ কী পরিমাণ কাজ করতে পারবে ?

(খ) পাম্পটি ক্রয় করা সঠিক ছিল কি-না ? —গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

(ক) এখানে, পাম্প কর্তৃক ব্যয়িত বৈদ্যুতিক ক্ষমতা, $P = 1.2\ kW$
কর্মদক্ষতা, $\eta = 90\% = 0.9$
সুতরাং কার্যকর ক্ষমতা = কর্মদক্ষতা × প্রকৃত ক্ষমতা
$P' = 0.9 \times 1.2\ kW = 1.08\ kW$
একদিন $= 24 \times 60 \times 60 = 86400\ sec$
পাম্পটি দৈনিক সর্বোচ্চ কাজ করতে পারে,
$W = P \times t = 1.08\ kW \times 86400\ sec$
$= 1.08 \times 10^3\ W \times 8600\ sec = 93.3 \times 10^6\ J$

(খ) সিলিন্ডার আকৃতির ভূগর্ভস্থ ট্যাংকের ব্যাস, $d = 2\ m$, উচ্চতা, $h = 4\ m$

$\therefore$ অভ্যন্তরীণ আয়তন $V = \frac{1}{4} \pi r^2 h = \frac{1}{4} \times 3.14 \times (2)^2 \times 4 = 12.56\ m^3$

ট্যাংকটি পুরাপুরি পানি দ্বারা পূর্ণ থাকলে, উক্ত পানির ভর,

$m = V\rho = 12{\cdot}56 \times 1000 = 12560$ kg

উত্তোলিত পানির গড় উচ্চতা, $h = \left(28 + \frac{4}{2}\right)$ m $= 30$m

$\therefore$ পাম্প কর্তৃক প্রতি ঘণ্টায় প্রযুক্ত ক্ষমতা $P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{12560 \times 9{\cdot}8 \times 30}{3600}$

$= 1025{\cdot}8$ W $= 1{\cdot}0258$ kW

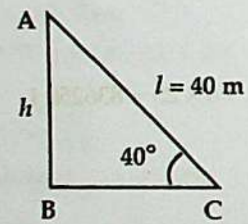
প্রয়োজনীয় পাম্পের ক্ষমতা 1·0258 kW, যা সোহেল সাহেবের ক্রয়কৃত পাম্পের ক্ষমতা অপেক্ষা কম। পাম্পটি 1 ঘণ্টার কম সময়ে ট্যাংক হতে সম্পূর্ণ পানি ছাদে তুলতে পারবে; সুতারং পাম্পটি ক্রয় করা সঠিক ছিল।

৮। 80 kg ভরের একজন লোক 20 kg ভরের বোঝা মাথায় নিয়ে 40 m দৈর্ঘ্যের মই দিয়ে একটি দালানের ছাদে উঠল। মইটি অনুভূমিকের সাথে 40° কোণ উৎপন্ন করে দালানের ছাদে লাগানো ছিল।

(ক) লোকটি কর্তৃক কৃত কাজ বের কর।

(খ) মইটির দৈর্ঘ্য 60m হলে অনুভূমিকের সাথে কত কোণে স্থাপন করলে একই পরিমাণ কাজ সম্পাদিত হবে এবং এক্ষেত্রে কোনো সুবিধা পাওয়া যাবে কি-না—গাণিতিকভাবে মতামত দাও। [রা. বো. ২০১৭]

(ক)



এখানে,

মোট ভর, $m = (80 + 20)$ kg $= 100$ kg

মই এর দৈর্ঘ্য, $l = 40$ m

অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\theta = 40°$

ছাদের উচ্চতা $= h$

কৃত কাজ, W = ?

আমরা জানি, $\sin\theta = \frac{h}{l}$

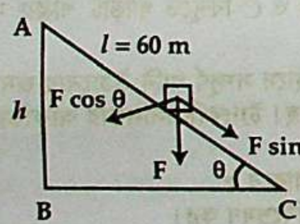
$\therefore h = l \times \sin\theta = 40 \sin 40° = 25{\cdot}71$ m

এবং কৃত কাজ, $W = mgh$

$= 100 \times 9{\cdot}8 \times 25{\cdot}71$

$= 25195{\cdot}8$ J

(খ)



এখানে,

মোট ভর, $m = 100$ kg

মইটির দৈর্ঘ্য, $l = 60$ m

ছাদের উচ্চতা, $h = 25{\cdot}71$ m

যেহেতু উভয় ক্ষেত্রে ছাদের উচ্চতা একই সেহেতু কাজের পরিমাণও একই।

আবার ধরি মইটি অনুভূমিকের সাথে θ কোণে স্থাপন করা হলো।

$\therefore$ ছাদের উচ্চতা, $h = l\sin\theta = 60 \times \sin\theta$

$\therefore \quad 25{\cdot}71 = 60 \times \sin\theta$

বা, $\sin\theta = \frac{25{\cdot}71}{60} = 0{\cdot}4285$

$\therefore \quad \theta = \sin^{-1}(0{\cdot}4285) = 25{\cdot}37°$

এক্ষেত্রে একই কাজ সম্পাদিত হবে যদি মইটিকে অনুভূমিকের সাথে 25·37° কোণে স্থাপন করা হয়। θ এর মান যত কম হবে চিত্র অনুযায়ী F sin θ এর মান তত কম হবে এবং ওপরে উঠতে তত কম কষ্ট হবে।

যেহেতু θ এর মান পূর্বের তুলনায় হ্রাস পেয়েছে সেহেতু এক্ষেত্রে লোকটির উপরে ওঠতে কম কষ্ট হবে।

৯। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 20 m ও ব্যাস 2 m। কুয়াটিকে পানিশূন্য করার জন্য 5 HP এর একটি পাম্প লাগানো হলো। অর্ধেক পানি তোলার পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে গেল। বাকি পানি তোলার জন্য একই ক্ষমতাসম্পন্ন আর একটি পাম্প লাগানো হলো।

(ক) প্রথম পাম্প দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

(খ) প্রথম ও দ্বিতীয় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে একই সময় লাগবে কি-না—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। [চ. বো. ২০১৭]

(ক) ১ম পাম্পের ক্ষেত্রে, উত্তোলিত পানির আয়তন,

$$V = \frac{\pi r^2 l}{2} = \frac{3.1416 \times (1)^2 \times 20}{2}$$
$$= 31.416 \text{ m}^3$$

এখানে,
কুয়ার গভীরতা, $l = 20 \text{ m}$
কুয়ার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{2}{2}\text{m} = 1 \text{ m}$
$\rho = 1000 \text{ kgm}^{-3}$

উত্তোলিত পানির ভর,

$$m = V\rho = 31.416 \times 1000 = 31.416 \times 10^3 \text{ kg}$$

পানির গড় সরণ, $h_1 = \frac{l}{4} = \frac{20}{4} = 5 \text{ m}$

১ম পাম্প দ্বারা সম্পাদিত কাজ,

$$W = mgh$$
$$= 31.416 \times 10^3 \times 9.8 \times 5$$
$$= 1.54 \times 10^6 \text{ J}$$

(খ) উভয় পাম্পের ক্ষমতা, $P = 5 \text{ HP} = 5 \times 746 = 3730 \text{ watt}$

উভয় ক্ষেত্রে পানির ভর, $m = 31.416 \times 10^3 \text{ kg}$

১ম ক্ষেত্রে গড় সরণ, $h_1 = \frac{l}{4} = \frac{20}{4} = 5 \text{ m}$

২য় ক্ষেত্রে গড় সরণ, $h_2 = \frac{3l}{4} = \frac{3 \times 20}{4} = 15 \text{ m}$

১ম ও ২য় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে যথাক্রমে t_1 ও t_2 সময় লাগলে

১ম ক্ষেত্রে, $P = \frac{W_1}{t_1} \quad \therefore t_1 = \frac{mgh_1}{P} = \frac{31.416 \times 10^3 \times 9.8 \times 5}{3730} = 412.70 \text{ sec}$

২য় ক্ষেত্রে, $P = \frac{W_2}{t_2} \quad \therefore t_2 = \frac{mgh_2}{P} = \frac{31.416 \times 10^3 \times 9.8 \times 15}{3730} = 1238.11 \text{ sec}$

গাণিতিকভাবে দেখা যায়, $t_1 < t_2$। অতএব ১ম ও ২য় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে একই সময় লাগবে না, ২য় পাম্প দ্বারা পানি তুলতে সময় বেশি লাগবে।

১০। 10 kg ভরের একটি বস্তুর ওপর 196 N মানের একটি ঊর্ধ্বমুখি বল প্রয়োগ করে সেটিকে 10 m উচ্চতায় তোলা হয়।

(ক) ঊর্ধ্বমুখি বল দ্বারা কৃত কাজ ও অভিকর্ষের বিরুদ্ধে কৃত কাজ নির্ণয় কর।

(খ) গাণিতিকভাবে দেখাও যে বস্তুটির মোট শক্তির পরিমাণ এবং ঊর্ধ্বমুখি বল দ্বারা কৃত কাজ সমান। এক্ষেত্রে শক্তির নিত্যতা সূত্র বজায় থাকছে কী ? ($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$)

(ক) আমরা জানি,

ঊর্ধ্বমুখি বল দ্বারা কৃত কাজ,

$$W = Fs = 196 \times 10 = 1960 \text{ J}$$

এবং অভিকর্ষের বিরুদ্ধে কৃত কাজ,

$$W' = mgs = 190 \times 9.8 \times 10 = 980 \text{ J}$$

এখানে,
বল, $F = 196 \text{ N}$
সরণ, $s = 10 \text{ m}$
কৃত কাজ, $W = ?$
$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

(খ) অভিকর্ষের অনুপস্থিতিতে বস্তুটির ত্বরণ,

$$a' = \frac{\text{ঊর্ধ্বমুখি বল}}{\text{ভর}} = \frac{196}{10} = 19.6 \text{ ms}^{-2}$$

আবার, নিম্নমুখি অভিকর্ষের উপস্থিতিতে বস্তুটির ত্বরণ,

$$a = a' - g = 19{\cdot}6 - 9{\cdot}8 = 9{\cdot}8 \text{ ms}^{-2}$$

স্থিরাবস্থা থেকে এই ত্বরণে 10 m উচ্চতায় ওঠার পর বস্তুটির বেগ v হলে, আমরা পাই

$$v^2 = u^2 + 2as = 2as \qquad [\because u = 0]$$
$$= 2 \times 9{\cdot}8 \times 10 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$$

সুতরাং, ওই উচ্চতায় বস্তুটির স্থিতিশক্তি,

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 2 \times 9{\cdot}8 \times 10 = 980 \text{ J}$$

আবার, ওই উচ্চতায় বস্তুটির স্থিতিশক্তি,

$$u = mgh = 10 \times 9{\cdot}8 \times 10 = 980 \text{ J}$$

$\therefore$ বস্তুটির মোটশক্তি, $E = K + u = 980 + 980 = 1960$ J

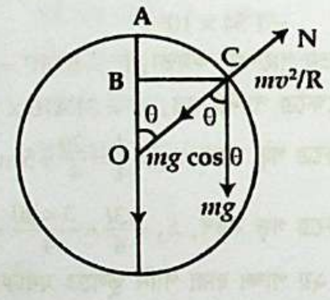
অর্থাৎ বস্তুটির মোট শক্তির পরিমাণ ঊর্ধ্বমুখি বল দ্বারা কৃত কাজের সমান।

এক্ষেত্রে ঊর্ধ্বমুখি বল দ্বারা কৃত কাজের একটি অংশ বস্তুটির গতিশক্তিতে এবং অন্য অংশ স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। সুতরাং শক্তির নিত্যতা সূত্র বজায় থাকে।

১১। R ব্যাসার্ধের একটি গোলকের শীর্ষ বিন্দু থেকে m ভরের একটি ক্ষুদ্র বস্তু গোলকের গা বেয়ে গড়িয়ে পড়ছে। ধর শীর্ষ বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি শূন্য।

(ক) কৌণিক সরণের সঙ্গে বস্তুর স্থিতিশক্তির পরিবর্তন এবং গতিবেগের পরিবর্তন নির্ণয় কর।

(খ) বস্তুর কৌণিক সরণ কত হলে এটি গোলকের পৃষ্ঠ থেকে বিচ্ছিন্ন হবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।



(ক) ধরা যাক, বস্তুটি যখন C বিন্দুতে তখন কৌণিক সরণ θ। বস্তুটির স্থিতিশক্তির হ্রাস,

$$E_p = mg\,(AB)$$
$$\therefore\ E_p = mg\,(AO - OB) = mg\,(R - R\cos\theta)$$
$$= mgR\,(1 - \cos\theta)$$

আবার, গতিশক্তি বৃদ্ধি = স্থিতিশক্তি হ্রাস

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR\,(1 - \cos\theta)$$
$$\therefore\ v^2 = 2gR\,(1 - \cos\theta)$$

বা, $v = \sqrt{2gR\,(1 - \cos\theta)}$

(খ) C বিন্দুতে সাম্যাবস্থার জন্য

$$mg\cos\theta = N + \frac{mv^2}{R} \qquad [\text{এখানে } N = \text{লম্ব প্রতিক্রিয়া}]$$

এখন বস্তুটি গোলকের সঙ্গে সংযোগ বিচ্ছিন্ন করলে, $N = 0$

$$\therefore\ mg\cos\theta = \frac{mv^2}{R} = \frac{m}{R} \times 2gR\,(1 - \cos\theta)$$

বা, $\cos\theta = 2(1 - \cos\theta)$

বা, $3\cos\theta = 2$

$\therefore\ \cos\theta = \dfrac{2}{3}$

বা, $\theta = \cos^{-1}\left(\dfrac{2}{3}\right) \simeq 48{\cdot}2°$

সুতরাং, কৌণিক সরণ $48{\cdot}2°$ হলে বস্তুটি গোলকের সঙ্গে সংযোগ বিচ্ছিন্ন করবে।

১২। খালিদের বাড়িতে 12 m গভীর ও 1·8 m ব্যাসবিশিষ্ট একটি পানিপূর্ণ কুয়া খালি করার জন্য একটি পাম্প চালু করা হলো। কিন্তু দেখা গেল, পানি শূন্য করতে পাম্পটির 21 মিনিট সময় লাগে। খালিদ হিসাব করে দেখল যথাসময়ে কুয়াটিকে পানি শূন্য করতে 2 HP ক্ষমতার পাম্প দরকার।

(ক) 2 kg ভরের বস্তুকে ছেড়ে দিলে পানিশূন্য কুয়ার শীর্ষ হতে তলায় পৌঁছাতে কত সময় লাগবে ?

(খ) গাণিতিক বিশ্লেষণসহ খালিদের হিসাবের যথার্থতা যাচাই কর। [দি. বো. ২০১৬]

(ক) আমরা জানি,

$$s = h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$\therefore \quad 12 = 0 + \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times t^2$$

বা, $t^2 = \frac{2 \times 12}{9{\cdot}8}$

$$\therefore \quad t = \sqrt{\frac{2 \times 12}{9{\cdot}8}} = 1{\cdot}56 \text{ s}$$

এখানে,

বস্তুর আদিবেগ, $v_0 = 0$

কুয়ার গভীরতা বা দূরত্ব, $h = 12$ m

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9{\cdot}8 \text{ ms}^{-2}$

সময়, $t = ?$

(খ) আমরা জানি, ক্ষমতা

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = \frac{Fh}{t}$$

এখানে, F = পানির ওজন $= mg$

এখন পানির ভর, $m = v\rho = \pi r^2 h \rho$ $[\because v = \pi r^2 h]$

অতএব, $P = \frac{Fh}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{\pi r^2 h \rho g h}{t}$

$$\therefore \quad P = \frac{3{\cdot}14 \times (0{\cdot}9)^2 \times 12 \times 1000 \times 9{\cdot}8 \times 6}{1260}$$

$$= 1424{\cdot}3 \text{ W} = \frac{1424{\cdot}3}{746} \text{ H.P.}$$

$$= 1{\cdot}914 \text{ H.P.}$$

এখানে,

কুয়ার ব্যাস, $d = 1{\cdot}8$ m

কুয়ার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2} = \frac{1{\cdot}8}{2} \text{m} = 0{\cdot}9 \text{m}$

কুয়ার গভীরতা, $l = 12$ m

সময়, $t = 21 \text{ min} = 21 \times 60 \text{ s} = 1260 \text{ s}$

পানি তোলার গড় উচ্চতা,

$$h = \frac{0 + 12 \text{ m}}{2} = 6 \text{m}$$

ক্ষমতা, $P = ?$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 \text{ kgm}^{-3}$

এখন পানি তোলার জন্য খালিদের হিসাবকৃত পাম্পের ক্ষমতা = 2 H. P. যথার্থ।

উত্তর : (ক) 1·56 s (খ) খালিদের হিসাব যথার্থ।

সার-সংক্ষেপ

কাজ : কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ ঘটলে প্রযুক্ত বল ও বলের অভিমুখে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।

কাজের একক : কাজের একক নিউটন-মিটার বা জুল।

শক্তি : কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে।

স্থিতিস্থাপক বল : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বাইরে থেকে বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর আকার পরিবর্তন ঘটালে বল অপসারণ করলে যে বলের কারণে তা আবার পূর্বের আকার ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপক বল বলে।

ধনাত্মক কাজ : বলের দ্বারা কৃত কাজকে ধনাত্মক কাজ বলে।

ঋণাত্মক কাজ : বলের বিপরীতে কৃত কাজকে ঋণাত্মক কাজ বলে।

কাজহীন বল : বস্তুর সরণের লম্বদিকে ক্রিয়াশীল বল বস্তুর সরণের সময় কোনো কাজ করে না। এ ধরনের বলকে কাজহীন বল বলে।

অভিকর্ষ বল : ভূপৃষ্ঠের ওপর বা নিকটে অবস্থিত প্রতিটি বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বল বলে।

গতিশক্তি : কোনো গতিশীল বস্তু তার গতির জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য বা শক্তি লাভ করে তাকে বস্তুটির গতিশক্তি বলে।

স্থিতিশক্তি : বস্তু তার অবস্থানের কারণে যে শক্তি অর্জন করে অথবা বস্তুস্থিত কণাসমূহের পারস্পরিক অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য যে শক্তি অর্জন করে তাকে বস্তুর স্থিতিশক্তি বলে।

ক্ষমতা : কোনো একটি উৎসের কাজ করার হারকে ক্ষমতা বলে। একক সময়ের কৃত কাজ দ্বারা ক্ষমতা পরিমাপ করা হয়।

ক্ষমতার একক	:	ক্ষমতার একক জুল/সে. (J/s)।
1 ওয়াট	:	এক সেকেন্ডে এক জুল কাজ করার ক্ষমতাকে 1 ওয়াট বলে।
1 অশ্ব ক্ষমতা	:	প্রতি সেকেন্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক অশ্ব ক্ষমতা বলে।
সংরক্ষণশীল বল	:	যে বল কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে তাকে যে কোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে বল কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বলে।
অসংরক্ষণশীল বল	:	কোনো বলের ক্রিয়া অভিমুখ যদি বস্তুর গতি অভিমুখের ওপর নির্ভর করে তবে ওই বল অসংরক্ষণশীল বলে।
কর্মক্ষমতা	:	কোনো যন্ত্রে সরবরাহকৃত শক্তি এবং কাজে পরিণত হওয়ার শক্তিকে কর্মক্ষমতা বলে।
যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি	:	শক্তি অবিনশ্বর, শক্তি সৃষ্টি বা ধ্বংস করা যায় না। এক রূপ হতে অন্য রূপে রূপান্তরিত করা যায়। বস্তুর গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে এবং স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয় মাত্র। বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি সব সময় স্থির থাকে। একে যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি বলে।

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের উত্তরের জন্য প্রয়োজনীয় বিষয়াবলির সার-সংক্ষেপ

১। সিঁড়ি বেয়ে ওপরে উঠতে কষ্ট হয় কারণ—অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়। কাজের অভিকর্ষীয় একক কেজি-মিটার।

২। গতিশীল কোনো বস্তুর ভরবেগ P এবং গতিশক্তি K হলে এদের মধ্যে সম্পর্ক হলো : $K = \frac{\vec{P}.\vec{P}}{2m}$ বা, $\frac{P^2}{2m}$। বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত বস্তু কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য হয়। কোন বস্তুকে ওপরে তুললে যন্ত্রের ক্ষমতা, $P = F \times v = mgv$. মহাকর্ষীয় বিভবের সর্বোচ্চ মান হয় অসীমে এবং সর্বোচ্চ মান শূন্য।

৩। বৈদ্যুতিক বাল্বের মাধ্যমে বৈদ্যুতিক শক্তি আলোক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। অভিকর্ষীয় বলের বিপরীত কাজ $W \propto h$.

৪। বস্তুর ভর ও বেগ উভয়ই দ্বিগুণ হলে গতিশক্তি পূর্বের 4 গুণ হয়। কেন্দ্রমুখি বল দ্বারা কাজ শূন্য হয়।

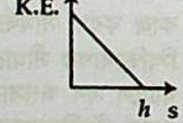
৫। একটি স্প্রিংকে সংকুচিত করলে তাতে স্থিতিশক্তি সঞ্চিত থাকে। স্থিতিস্থাপক বলের বিরুদ্ধে কাজ $W \propto x^2$.

৬। ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv = mgv$। গতিশক্তির মাত্রা $[ML^2T^{-2}]$. ধনাত্মক কাজের ক্ষেত্রে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায় এবং ত্বরণ হয়।

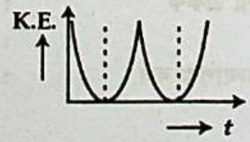
৭। সংরক্ষণশীল বলের ক্ষেত্রে—(১) পূর্ণচক্রে মোট কাজ শূন্য হয় (২) কাজের পরিমাণ কণার গতিপথের ওপর নির্ভর করে না (৩) শক্তি নিত্যতার সূত্র পালিত হয় (৪) কাজ পুনরুদ্ধার করা যায়। এই বলের উদাহরণ—অভিকর্ষীয় বল, বৈদ্যুতিক বল, স্প্রিং-এ বিকৃতি প্রতিরোধকারী বল।

৮। অসংরক্ষণশীল বলের ক্ষেত্রে— (১) পূর্ণচক্রে মোট কাজ শূন্য হয় না। (২) কাজের পরিমাণ কণার গতিপথের ওপর নির্ভর করে। (৩) শক্তির নিত্যতা পালিত হয় না। (৪) কাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা যায় না। এই বলের উদাহরণ হলো—ঘর্ষণ বল, সান্দ্র বল।

৯। একটি বস্তুকে ভূমি হতে উল্লম্বভাবে ওপরে নিক্ষেপ করা হলো। h উচ্চতায় ওঠে আবার ভূমিতে পতিত হলো। পাশের লেখচিত্র (ক) ইহা নির্দেশ করে। গতিশক্তির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান বনাম সময় লেখচিত্র (খ)-এ দেখানো হলো।

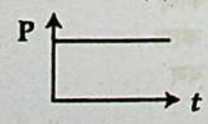


(ক)



(খ)

১০। স্থির অবস্থার একটি বস্তুকে একটি স্থির মানের বল ক্রিয়া করায় বস্তুটি চলতে শুরু করে। ঘর্ষণকে বিবেচনা না করলে পাশের লেখচিত্র বস্তুর ক্ষমতা প্রকাশ করে। কেন্দ্রমুখি বল দ্বারা কৃত কাজ শূন্য হয়।



১১। বস্তুর ভরবেগের মান উহার গতিশক্তির সমান হলে বস্তুটির বেগ $2\ ms^{-1}$ হয়।

১২। সিঁড়ি বেয়ে ওপরে ওঠা ঋণাত্মক কাজ। আর নিচে নামা ধনাত্মক কাজ। শক্তির মাত্রা $[ML^2T^{-2}]$.

১৩। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 0° হলে কাজ সর্বোচ্চ হয় এবং 90° হলে সর্বনিম্ন হয়।

১৪। ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ $[ML^2T^{-3}]$। h উচ্চতাবিশিষ্ট ঘনকের মধ্যে m ভরের গ্যাসের বিভব শক্তি শূন্য।

১৫। সমান গতিশক্তিসম্পন্ন 9 g এবং 4 g ভরের দুটি বস্তু A ও B এর রৈখিক ভরবেগের অনুপাত হবে 3 : 2।

১৬। কোনো বস্তুর ভরবেগ 100% বৃদ্ধি করলে গতিশক্তি 300% বৃদ্ধি পায়।

১৭। কোনো যন্ত্রের কার্যকর শক্তি ও প্রদত্ত শক্তির অনুপাতকে দক্ষতা বলে।

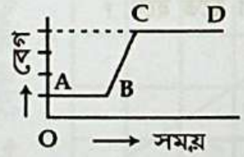
১৮। গতিশক্তি 4 গুণ বৃদ্ধি পেলে ভরবেগ 2 গুণ বৃদ্ধি পায়। ধনাত্মক কাজে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়, ত্বরণ হয়।
১৯। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে ঋণাত্মক কাজের শর্ত হবে $180° \geq \theta \geq 90°$
২০। বলের দ্বারা কাজ বা ধনাত্মক কাজের শর্ত হবে $0° \leq \theta < 90°$। কাজের অভিকর্ষীয় একক কেজি-মিটার।
২১। কাজের মান সর্বনিম্ন বা শূন্য হবে যদি বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90° হয়।
২২। বস্তুর আকার পরিবর্তনের জন্য স্থিতিশক্তি লাভ করে—ধনুকে তীর লাগিয়ে টানলে, ধাতব পাতকে বাঁকালে।
২৩। পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কাজের উদাহরণ (i) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে কৃত কাজ (ii) তড়িৎ বল কর্তৃক কৃত কাজ।
২৪। শূন্য কাজের শর্ত হলো— (i) $\cos\theta = 0$, (ii) বস্তুর উপর বল প্রয়োগেও কোনো সরণ না ঘটলে।
২৫। বস্তুর স্থিতিশক্তি নির্ভর করে ভর ও উচ্চতার উপর। বল ধ্রুবক বা স্প্রিং ধ্রাবক, $K = \frac{F}{x}$। মাত্রা MT^{-2}

২৬। একটি ভারী বস্তুকে মাথায় করে অনুভূমিক বরাবর রাস্তার ওপর দিয়ে এক স্থান হতে অন্য স্থানে সরানো হলো—(১) ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ হয় (২) অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া দ্বারা কাজ শূন্য।

২৭। দুটি বস্তুকণার মধ্যকার দূরত্ব বৃদ্ধি করলে— (i) মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ ঋণাত্মক (ii) বাহ্যিক বল দ্বারা কৃত কাজ ধনাত্মক (iii) মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ দূরত্বের আদি ও চূড়ান্ত মানের ওপর নির্ভর করবে। মধ্যবর্তী কোনো মানের উপর নয়। মহাকর্ষ বিভব (V) ও প্রাবল্য (E) এর মধ্যে সম্পর্ক হলো, $E = -\frac{dV}{dr}$।

২৮। স্প্রিং সংকোচন ও প্রসারণের ক্ষেত্রে কাজ ও স্থিতিশক্তি প্রকাশের সমীকরণ, $W = \frac{1}{2}Kx^2$। অর্থাৎ স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ সরণের বর্গের সমানুপাতিক।

২৯। উড়োজাহাজ থেকে নিক্ষিপ্ত বোমা মাঝপথে ফেটে গেলে মোট ভরবেগ কমবে। অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি বল দ্বারা সৃষ্ট সরণের সমানুপাতিক।

৩০। 

(i) চিত্র অনুযায়ী CD অংশের ভরবেগ হবে AB অংশের ভরবেগের চারগুণ।
(ii) CD অংশের বেগ দ্বিগুণ হলে গতিশক্তি AB অংশের চারগুণ হবে।

অনুশীলনী

(ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। প্রযুক্ত বল এবং সরণের দিক পরস্পর বিপরীত দিকে হলে কৃত কাজ কেমন হবে ?
   ⓚ ধনাত্মক
   ⓚ ঋণাত্মক
   ⓖ শূন্য
   ⓖ সর্বাধিক

(ক) ধনাত্মক
(খ) ঋণাত্মক
(গ) শূন্য
(ঘ) সর্বাধিক

২। 10 N বল প্রয়োগে একটি গাড়িকে 100 m সরাতে কত কাজ করতে হবে ? বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 60°।

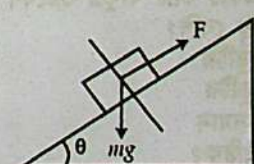
[BUET Admission Test, 2013-14]

(ক) 500 J
(খ) 1000 J
(গ) 100 J
(ঘ) 50 J

৩। 10 kg ভরের একটি বস্তুকে স্প্রিং থেকে ঝুলানো হলো যার স্প্রিং ধ্রুবক 200 N/m। স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হবে—

[BUET Admission Test, 2013-14]

(ক) 0.05 m
(খ) 20.0 m
(গ) 2.4 m
(ঘ) 0.49 m

৪। 

চিত্রে F বলের প্রভাবে ব্লকটি আনত তল বেয়ে ওপরের দিকে উঠছে। এখানে কোন বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়েছে?

(ক) F
(খ) mg
(গ) $mg\sin\theta$
(ঘ) $mg\cos\theta$

৫। θ এর মানের ক্ষেত্রে—

(i) $0° \leq \theta \geq 90°$ হলে বলের দ্বারা কাজ সম্পন্ন হবে
(ii) $90° < \theta \leq 135°$ হলে বলের বিরুদ্ধে কাজ সম্পন্ন হবে
(iii) $135° \leq \theta \leq 180°$ হলে ঋণাত্মক কাজ সম্পন্ন হবে

নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) i ও ii
(খ) i ও iii
(গ) ii ও iii
(ঘ) i, ii ও iii